

---

# Bestand und Nachhaltigkeit in der mathematischen Modellierung für Ingenieurstudenten

**Norbert Grünwald**

**Gabriele Sauerbier**

*Hochschule Wismar - University of Technology, Business and Design  
Philipp-Müller-Straße 21, D-23952 Wismar, Deutschland*

**Tatyana Zverkova**

*Institut für Mathematik, Ökonomie und Mechanik, Nationale Universität Odessa  
ul. Dvoryanskaya 2, Odessa 65026, Ukraine*

**Sergiy Klymchuk**

*School of Mathematical Sciences, Auckland University of Technology  
Private Bag 92006, Auckland 1020, Neuseeland*

---

In diesem Artikel wird ein neuer englischsprachiger Kurs zur mathematischen Modellierung vorgestellt, der im gerade beginnenden Wintersemester 2006/07 den Ingenieurstudenten der Hochschule Wismar angeboten wird. Der englischsprachige Kurstitel lautet *Mathematical Modelling of Survival and Sustainability*. Wichtige Ziele des Kurses sind: die Studenten in Prinzipien der mathematischen Modellierung der Bio- und Umweltwissenschaften einzuführen; die Studenten in das Lösen realer ökologischer und sozioökonomischer Probleme ihrer Region einzubeziehen; den Studenten die Probleme des Fortbestandes (kurze Sicht) und der Nachhaltigkeit (lange Sicht) bewusst zu machen; die Studenten für Umweltfragen zu sensibilisieren. Umweltfragen gewinnen weltweit eine immer größere Bedeutung. Heutige mathematische Modelle beschreiben diese immer besser in ihrer vollen Komplexität. Die Absolventen der Ingenieurwissenschaften werden an ihrem zukünftigen Arbeitsplatz zunehmend mit der mathematischen Modellierung von Umweltproblemen zu tun haben, denn jede ingenieurtechnische Aktivität berührt direkt oder indirekt Aspekte der Veränderung der Umwelt.

---

## EINFÜHRUNG

Die Idee für diesen Kurs stammt von einem gemeinsamen Projekt dreier Universitäten – aus Deutschland, der Ukraine und aus Neuseeland [1][2]. Das Projekt basiert auf innovativen pädagogischen Strategien zur Lehre der Ingenieurmathematik. Das Ziel des Projektes besteht im Aufbau einer Sammlung von realen ökologischen Problemfeldern, mit denen Ingenieure konfrontiert werden, für die mathematische Modelle durch Ingenieurstudenten entwickelt und bearbeitet werden können. Die Studenten können mögliche katastrophale Auswirkungen von menschlichen Aktivitäten erkennen, indem sie die Werte von Parametern in den mathematischen Modellen ändern und die numerischen Lösungen der Modellrechnungen interpretieren. Das kann ihnen

helfen, ihre Sichtweise zu erweitern, auf Umweltfragen zu achten und Verantwortung für die Zukunft zu übernehmen.

*Heute ist die Fähigkeit des Menschen materiell Prozesse zu beeinflussen, die in der Biosphäre ablaufen, vergleichbar mit der Energie natürlichen Ursprungs. Aus diesem Grund haben die Interaktionen zwischen Mensch und Biosphäre den Fokus vieler theoretischer und empirischer Untersuchungen bekommen. Die größten Herausforderungen der ökonomischen und sozialen Entwicklung sind untrennbar verbunden mit denen der Umweltverschmutzung; der Klimaentwicklung; der nachhaltigen Existenz von Ökosystemen;*

*des Abbaus der natürlichen Ressourcen; usw. [aus dem Englischen von den Autoren frei übersetzt] [3].*

Unter Wissenschaftlern gibt es eher pessimistische Ansichten zu dieser Frage, wie

*Die Menschheit verfügt über viele leistungsfähige Instrumente und nutzt diese ohne Einschränkung, um Natur zu verändern [aus dem Englischen von den Autoren frei übersetzt] [4].*

oder

*Unser Planet wird durch eine Vielzahl interaktiver Prozesse bedroht – durch die Verringerung der natürlichen Ressourcen; den Klimawandel; das Wachstum der Bevölkerung (von 2.5 Milliarden Menschen zu über 6 Milliarden in den letzten 50 Jahren); durch eine schnell anwachsende Ungleichheit in der Lebensqualität; durch die Destabilisierung der ökologischen Ökonomie; und durch die Zerstörung der sozialen Ordnung. Zusätzlich ist jedes Land verletzbarer geworden hinsichtlich der Entwicklungen, die in anderen Teilen des globalen Dorfes stattfinden, und die, natürlich, außerhalb der landeseigenen individuellen Kontrolle ablaufen. Die menschliche Gesellschaft erkennt in zunehmenden Maße diese Bedrohungen. Weltweit werden jährlich Hunderte von Milliarden U.S. Dollars ausgegeben, um dagegen vorzugehen. Während diese Bemühungen gewürdigt werden sollen, weil sie einen Teil der potentiellen Schäden verhindern, haben wir dennoch den Fall, dass diese Initiativen im Ganzen zu einer Art Stillstand führen – die destabilisierenden Faktoren herrschen jetzt vor und die Skala der möglichen Katastrophen steigt rapide an [aus dem Englischen von den Autoren frei übersetzt] [5].*

Die Modelle in unserem Projekt haben die folgenden Eigenschaften: jedes Modell behandelt ökologische Aspekte. Umweltfragen spielen eine immer wichtigere Rolle für viele menschliche Aktivitäten weltweit. Dieses, auf den ersten Blick für Ingenieurstudenten nicht traditionelle Anwendungsgebiet, wird ihnen helfen, ihren Horizont zu erweitern

und sie darauf vorbereiten, in ihren zukünftigen Aktivitäten als Ingenieur auch die Verantwortung für unsere Umwelt zu übernehmen. Umweltprobleme können nicht überschätzt werden. Täglich werden wir mit Fragen der Luft- oder Wasserverschmutzung, begrenzter natürlicher Ressourcen, des Klimawandels und anderen ökologischen Problemen konfrontiert.

*Im 20. Jahrhundert hat sich das Verhältnis zwischen Mensch und Natur grundlegend gewandelt. Weitaus stärker als je zuvor beeinflusst der Mensch das Leben auf der Erde. Das Bevölkerungswachstum sowie die Entwicklung und der Einsatz immer neuer Technologien sind die Gründe. Beides verursacht eine verstärkte Nachfrage nach Ressourcen. Als Konsequenz daraus droht das Klimasystem der Erde aus der Balance zu geraten. Die globale ökologische Stabilität ist gefährdet [6].*

Jedes Modell kann der Region des Studienortes angepasst werden. Dazu müssen nur der Name des Modells modifiziert und die entsprechenden Parameter angepasst werden. Als Beispiel für Wismar, Deutschland werden das Modell einer Vogelpopulation auf der Insel Poel und die Modelle der Ausbreitung einer Krankheit unter Kaninchen in Mecklenburg-Vorpommern behandelt. Wir erwarten durch diese psychologische Strategie, die Studierenden auch in einer persönlichen und emotionalen Weise anzusprechen und so ihr Engagement zu erhöhen.

Jedes Modell wurde gemeinsam von Mathematikern und Ingenieuren entwickelt und ist aus einem realen praktischen Problem hervorgegangen.

Jedes Modell wurde zur Behandlung in der Ingenieurmathematik aufbereitet.

Jedes Modell liegt etwas über den Anforderungen der Mathematikurse, die die Studierenden absolvieren. So werden sie gefordert, selbständig einige neue Konzepte zu erarbeiten. So kann zum Beispiel ein Modell auf einer Differenzialgleichung mit trennbaren Variablen basieren. Diese Differenzialgleichungen werden an unseren Hochschulen in der Ingenieurmathematik im 2. Semester behandelt. Aber Fragen zu Gleichgewichtslösungen oder zur Stabilität werden im 2. Semester Ingenieurmathematik nicht diskutiert. Sie erfordern das selbständige Arbeiten der Studenten. Wir nehmen an, dass dieses *entdeckende Lernen* den Studenten hilft, Fähigkeiten des Untersuchens und der Forschung auszubilden.

Jedes Modell enthält Fragestellungen, die analytisch gelöst werden sollen und andere, die mit Hilfe

geeigneter Computerprogramme, wie z.B. *MATLAB* bearbeitet werden können.

Jedes Modell ist bereits mathematisch formuliert. Die Studierenden durchlaufen also nicht die ersten Schritte des Modellierungsprozesses (Sammeln der Daten, Aufstellen von Hypothesen, Formulierung des mathematischen Modells, usw.). Aber, unabhängig vom Lösen der bereits vorgegebenen mathematischen Modelle, üben sie andere wichtige Schritte des Modellierungsprozesses. Dazu gehören das Beurteilen der Angemessenheit des vorgeschlagenen Modells, das Interpretieren der Lösungen oder das Kommunizieren der Ergebnisse in einer schriftlichen Dokumentation.

## DER KURS

Der Kurs hat einen sehr allgemeinen Charakter und enthält viele praktische Anwendungen. Der Kurs wird in englischer Sprache angeboten. Die wichtigsten Themen des Kurses sind:

- Prinzipien der mathematischen Modellbildung – 2 Stunden;
- Wiederholung von Differenzialgleichungen – 6 Stunden;
- Modellbildung für ökologische Systeme – 8 Stunden;
- Modellbildung für sozioökonomische Systeme – 8 Stunden;
- Modellbildung für militärische Systeme – 4 Stunden;
- Simulation – 4 Stunden.

Der Kurs ist in 32 Stunden Vorlesungen, 32 Stunden Seminare und 32 Stunden Workshops gegliedert. Sämtliche Lehrveranstaltungen finden in Computertaboren statt. In den Seminaren und Workshops sind studentische Aktivitäten, wie die Projektbearbeitung geplant. Die Abschlussnote setzt sich aus drei gewichteten Teilnoten zusammen. Das individuelle Projekt geht zu 20%, das Gruppenprojekt zu 30% und die schriftliche Prüfungsklausur zu 50% in die Abschlussnote ein. Der Dozent gibt das individuelle Projekt vor, das jeder Student selbständig erarbeiten muss. Das Gruppenprojekt kann aus einer Reihe von Projekten ausgewählt werden. Die Projekte wurden auf der Grundlage geeigneter Modelle aus der mathematischen Fachliteratur, aus Fachartikeln und aus einem studentischen Wettbewerb zur mathematischen Modellbildung ausgewählt [7]. Die Studenten bilden selbständig Projektgruppen von 3 bis 4 Personen. Jede Gruppe bearbeitet ihr Projekt, die Lösung wird in einer abschließenden gemeinsamen Gruppenpräsentation vorgestellt. Auf der Grundlage

dieser Präsentation erhält jeder Student seine individuelle Gruppenprojektnote.

## ZIELE DES KURSES

Die Studenten profitieren von diesem Kurs durch:

- Die Verbesserung ihrer allgemeinen mathematischen Modellierungsfertigkeiten;
- Die Entwicklung ihrer Fähigkeiten zur Analyse von ökologischen, sozioökonomischen und militärischen Systemen hinsichtlich des Fortbestehens (Überlebens) und der Nachhaltigkeit;
- Die Verbesserung ihrer interdisziplinären Kompetenz;
- Die Vertiefung ihres Verständnisses für die Konzepte der genutzten mathematischen Themen;
- Die Förderung ihres Könnens im Umgang mit realen praktischen Problemen;
- Die Förderung ihrer Problemlösungskompetenzen;
- Das Steigern ihres Selbstvertrauens im Umgang mit Computersoftware;
- Die Entwicklung ihrer Fähigkeiten zur Teamarbeit;
- Die Herausbildung einer ethischen Verantwortung für Umweltfragen;
- Die Herstellung von Verbindungen zur lokalen Industrie;
- Die Verbesserung ihrer internationalen Kompetenzen und ihrer englischen Sprachkenntnisse.

## BEISPIELE DER MODELLE

Wir stellen zwei Modelle des Einführungsteiles des Kurses vor.

### Modell zur Vogelpopulation auf der Insel Poel

Die Population seltener Vögel auf der Insel Poel bei Wismar in Mecklenburg-Vorpommern wird durch die folgende Gleichung modelliert:

$$\frac{dP}{dt} = r(M - P)(P - m), \quad (1)$$

wobei  $P = P(t)$  die Anzahl der Vögel bezeichnet,  $t$  ist die Zeit in Jahren,  $M$  ist die maximale überlebensfähige Population im Sinne der Nachhaltigkeit des Systems. Mit  $m$  wird die minimale überlebensfähige Population bezeichnet, d.h. weniger als  $m$  Vögel würden zum Aussterben dieser Art führen und  $r$  ist eine positive Konstante. Die Werte der maximalen und der minimalen Population sind  $M = 1200$ ,  $m = 100$  und der Wert der Konstanten ist  $r = 0.001$ .

Fragen:

- a) Zeigen Sie, dass die Differenzialgleichung (1) in die Gleichung  $\left[ \frac{1}{1200 - P} + \frac{1}{P - 100} \right] dP = 1.1 dt$  umgeformt werden kann und lösen Sie diese Gleichung analytisch.
- b) Die Population besteht im Moment aus 300 Vögeln. Wie viele Vögel wird es in 5 Jahren geben?
- c) Nutzen Sie ein geeignetes Computerprogramm (*MATLAB*) zur Darstellung der Lösungskurve der Differenzialgleichung mit der Anfangsbedingung  $P(0) = 300$ .
- d) Schätzen Sie anhand Ihres Graphen ab, wann die Änderung der Vogelpopulation am größten ist.

### Modelle zur Ausbreitung einer Infektion unter Kaninchen in Mecklenburg-Vorpommern

Das folgende Szenarium soll untersucht werden. Im Frühjahr 2007 verbreitet sich eine unbekannte, hoch ansteckende Infektionskrankheit unter den wild lebenden Kaninchen in Mecklenburg-Vorpommern. Für die lokalen Entscheidungsträger ist es wichtig, den Verlauf der Infektion abschätzen zu können, um den Einfluss der Infektion zu minimieren. Fragen müssen abgeklärt werden. Wie viele Kaninchen werden infiziert werden? Wie lange wird das dauern?

Das Projekt vergleicht drei Voraussagen über die Ausbreitung der Infektion. Wir messen die Zeit  $t$  in Tagen, beginnend am 17. März 2007. Es sei  $P(t)$  die vollständige Anzahl von Krankheitsfällen, die in der Region am Tag  $t$  registriert werden. Am 17. März werden 95 Fälle gezählt. Wir vergleichen die Prognosen der folgenden drei Modelle für den 12. Juni 2007, den letzten Tag, an dem ein neuer Krankheitsfall in der Region registriert wird.

#### Das Lineare Modell

Die Anzahl  $P(t)$  erfülle die Gleichungen

$$\frac{dP}{dt} = 30.2, \text{ mit } P(0) = 95.$$

#### Das Exponentielle Modell

Die Anzahl  $P(t)$  erfülle die Gleichungen

$$\frac{1}{P} \frac{dP}{dt} = 0.12, \text{ mit } P(0) = 95.$$

#### Das Logistische Modell

Die Anzahl  $P(t)$  erfülle die Gleichungen

$$\frac{1}{P} \frac{dP}{dt} = 0.19 - 0.0002P, \text{ mit } P(0) = 95.$$

Fragen:

- a) Finden Sie die Lösung  $P(t)$  analytisch und nutzen Sie diese, um für jedes Modell die Anzahl der Krankheitsfälle in der Region am 12. Juni ( $t = 87$ ) voraus zu sagen.
- b) Zeichnen Sie die Lösungsgraphen für jedes Modell mit Hilfe eines geeigneten Computerprogramms (*MATLAB*).
- c) Prognostizieren Sie die Anzahlen der Krankheitsfälle für den 30. Juni 2007 anhand Ihrer Graphen.
- d) Beurteilen Sie jedes Modell.
- e) Erläutern Sie die Unterschiede der Prognosen zur Frage c).

Bemerkung: Die genannten drei Modelle basieren auf den realen Modellen der Ausbreitung der Krankheit SARS, die von professionellen Mathematikern entwickelt wurden [8].

#### AUSBLICK

Der vorgeschlagene Kurs hat einen sehr experimentellen Charakter. Der Kurs wird ab September 2006 zum ersten Mal als Wahlfach für die Ingenieurstudenten der Hochschule Wismar angeboten. Wir planen, über Fragebögen und persönliche Interviews ein umfassendes Feedback der Studenten zu erhalten. Die Rückmeldungen der Studenten werden in einem späteren Artikel analysiert und präsentiert.

#### DANKSAGUNG

Einer der Autoren dieses Artikels, Sergiy Klymchuk wird den Kurs im Wintersemester 2006/2007 an der Hochschule Wismar im Rahmen einer vom Deutschen Akademischen Austausch Dienst (DAAD) geförderten Gastdozentur lehren. Sergiy Klymchuk möchte die Gelegenheit nutzen, diese Förderung zu würdigen und dem DAAD für diese Möglichkeit zu danken.

#### REFERENZEN

1. Grünwald, N., Sauerbier, G., Zverkova, T. und Klymchuk, S., Mathematische Modelle der

Ökologie im ersten Studienjahr Ingenieurmathematik. *Global J. of Engng. Educ.*, 9, 3, 237-244 (2005).

2. Grünwald, N., Sauerbier, G., Zverkova, T. und Klymchuk, S., Using mathematical models of ecology in teaching first-year engineering mathematics. *New Zealand Mathematics Magazine*, 42, 3, 11-23 (2005).
3. Petrosjan, L.A. und Zakharov, V.V., *Mathematical Models in Environmental Policy Analysis*. New York: Nova Science Publishers (1997).
4. Istas, J., *Mathematical Modelling for the Life Sciences*. New York: Springer (2005).
5. Keilis-Borok, V.I. und Sanchez Sorondo, M., The question of survival and sustainable growth. *Proc. Pontifical Academy of Science Study Week 12-16, 1999 on Science for Survival and Sustainable Development* (1999), [www.vatican.va/roman\\_curia/pontifical\\_academies/acdsien/documents](http://www.vatican.va/roman_curia/pontifical_academies/acdsien/documents)
6. Helmholtz Gemeinschaft, Deutschland, Nachhaltigkeit schützt künftige Generationen (2005), [http://www.helmholtz.de/de/Forschung/Erde\\_und\\_Umwelt.html](http://www.helmholtz.de/de/Forschung/Erde_und_Umwelt.html)
7. The Consortium for Mathematics and its Applications (2005), <http://www.comap.com>
8. Hughes-Hallet, D., Gleason, A.M., McCallum, W.G., et al, *Calculus: Single and Multivariable* (4<sup>th</sup> edn). Hoboken: Wiley (2005).

## BIOGRAPHIEN



Norbert Grünwald ist promovierter Mathematiker, Professor für Mathematik/ Operation Research, war von 1998 bis 2002 Dekan des Fachbereiches Maschinenbau/Verfahrens- und Umwelttechnik und ist seit September 2002 Rektor der Hochschule Wismar. In diesen Positionen setzt er

sich für die Profilierung der Hochschule Wismar im nationalen und internationalen Rahmen ein.

Vor seiner Berufung an die Hochschule Wismar im Jahre 1993 arbeitete er als wissenschaftlicher Mitarbeiter bei der Deutschen Seereederei Rostock, an der Hochschule für Seefahrt Warnemünde/ Wustrow und an der Universität Rostock. Seine Publikationen beschäftigen sich hauptsächlich mit Fragen eines modernen, innovativen Mathematikunterrichts sowie der Modernisierung der Ingenieurausbildung.

Prof. Dr Grünwald engagiert sich stark in der Organisation und Durchführung mathematischer Wettbewerbe in Deutschland und weltweit. Er ist Koordinator und Mitglied der Jury der Deutschen Mathematik Olympiade und ist Vorsitzender der Aufgabenkommission des Mathematikolympiaden e.V.. Prof. Grünwald ist Mitglied der deutschen Akkreditierungsagentur für Studiengänge der Ingenieurwissenschaften, der Informatik, der Naturwissenschaften und der Mathematik e.V. (ASIIN). Auf internationaler Ebene engagiert sich Prof. Grünwald stark für die verschiedensten Kooperationen der Hochschule Wismar.

Unter seiner Leitung wurde das Gottlob-Frege-Zentrum gegründet und als UICEE Satellite Centre for Engineering Science and Design ausgebaut, sowie 2004 das European Headquarters der UICEE an der Hochschule Wismar eröffnet. Prof. Grünwald ist Vice-Chairman der International Liaison Group on Engineering Education (ILG-EE), Mitglied des UNESCO International Centre for Engineering Education (UICEE) und dort seit 2003 Deputy Chairman of the UICEE Academic Advisory Committee.

Sein Einsatz zur Modernisierung der Ingenieurausbildung wurde 1998 mit den UICEE Silver Badge of Honour und 2000 mit dem UICEE Gold Badge of Honour gewürdigt.



Gabriele Sauerbier ist Lehrkraft für Mathematik am Fachbereich Maschinenbau/Verfahrens- und Umwelttechnik der Hochschule Wismar. Im Jahr 1982 beendete sie ihr Studium an der wissenschaftlichen Universität (ELTE) Budapest, Ungarn als Diplomlehrerin für

Mathematik und Physik, 1988 promovierte sie an der Pädagogischen Hochschule Güstrow mit einer Arbeit zu Pro-p-Gruppen und LIE-Algebren.

Nach einer kurzen Tätigkeit an der Universität Rostock, arbeitete sie bis 2002 in der PNP Luftfedersysteme GmbH zu theoretischen Fragestellungen, Simulationen und messtechnischen Auswertungen von Schwingungssystemen. Engagiert setzt sie sich für eine moderne, anwendungsorientierte Mathematikausbildung der Ingenieurstudenten ein.

Frau Dr Sauerbier ist Mitglied des deutschen Mathematikolympiaden e.V. und des Gottlob-Frege-Zentrums der Hochschule Wismar, dort

arbeitet sie gegenwärtig in mehreren internationalen Projekten.



Tatyana Zverkova ist Associate Professor der Staatlichen Universität Odessa, Ukraine. Sie erhielt 1974 ihren Master Degree in angewandter Mathematik und 1979 ihren PhD für Mathematik von dieser Universität. Sie arbeitete 3 Jahre als Programmiererin in einem Forschungsinstitut,

bevor sie als Dozentin an die Staatliche Universität Odessa zurückkehrte.

Seit vielen Jahren ist Frau Dr Zverkova als Beraterin für angewandte Mathematik in verschiedenen Projekten der Industrie tätig. Ihre Forschungsinteressen liegen auf dem Gebiet asymptotischer Methoden für Differenzialgleichungen und der Mathematikausbildung.

Sie verfasste mehr als 70 Publikationen, hauptsächlich auf dem Gebiet der Differenzialgleichungen und deren Anwendungen.



Sergiy Klymchuk ist Associate Professor an der School of Mathematical Sciences der Auckland University of Technology, Auckland, Neuseeland. Er erhielt 1980 den Master Degree in angewandter Mathematik und 1988 den PhD für Mathematik von der Staatlichen Universität Odessa, Ukraine. Von 1980

bis 1996 arbeitete er an der Staatlichen Ökonomischen Universität Odessa, Ukraine. Von 1997 bis 1999 arbeitete er an der Universität Waikato und seit 2000 an der Auckland University of Technology, Auckland, Neuseeland. In seiner Promotion behandelte Dr Klymchuk ein Thema zu Differenzialgleichungen, während seine gegenwärtigen Forschungsinteressen auf dem Gebiet der Mathematikausbildung liegen. Er verfasste mehr als 100 Publikationen, darunter einige Bücher zur Popularisierung der Mathematik und der Wissenschaften, die in 9 Ländern veröffentlicht wurden oder gerade veröffentlicht werden. Dr Klymchuk kooperiert erfolgreich mit den Kollegen des Gottlob-Frege-Zentrums der Hochschule Wismar. Seit 2002 ist er bereits zum 5. Mal als Gastdozent in Wismar tätig.