
Multimediale Tutorien in der Linearen Algebra für Ingenieure

Katherine Roegner

*Fakultät II – Institut für Mathematik, Technische Universität Berlin
Straße des 17. Juni 136, D-10623 Berlin, Deutschland*

Durch die Umstellung von Diplom- auf Bachelor- und Masterstudiengänge an deutschen Hochschulen haben viele Studierende in den Ingenieurwissenschaften in der Regel weniger Zeit als bisher für ihre mathematische Ausbildungsanteile, was sowohl die zur Verfügung stehende Zeit für Vorlesungen und Tutorien als auch die Erledigung ihrer Hausaufgaben betrifft. Für die Lehrenden in der Mathematik verursacht dies die große Herausforderung, die mathematische Ausbildung von Ingenieuren effizienter zu gestalten, ohne dabei Abstriche an die Qualität zu machen. An der Technischen Universität Berlin wurde eine neue Art von Tutorien, die nicht nur diese Problematik angeht, über drei Semester hinweg entwickelt und zeitnah evaluiert. In diesem Beitrag werden die Lernumgebung, die verschiedenen erprobten didaktischen Konzepte sowie die Evaluierungen dieser Tutorien präsentiert.

EINLEITUNG

In der mathematischen Ausbildung von Ingenieuren gibt es vielfältige Probleme, die das Lernen erschweren und sogar verhindern. Die Umstellung auf Bachelor- und Masterstudiengänge im Rahmen des Bologna-Prozesses bedeutet sehr oft eine Reduktion der für die Mathematik verfügbaren Zeit, was bereits früher als inadäquat beurteilt wurde [1]. Die Zeitpläne der Studierenden in Bachelorstudiengänge sind oft so überfrachtet worden, dass ein eigenständiges Lernen und Üben der Mathematik kaum noch möglich ist. Die Knappheit an finanzieller Ausstattung in den letzten beiden Jahrzehnten sowie die in Vorbereitung der Umstellung auf den neuen Studiengängen erfolgten Strukturänderungen in den letzten Jahren führten zu überfüllten Hörsälen. In den Veranstaltungen zur Linearen Algebra an der Technischen Universität Berlin (TUB), Berlin, Deutschland, sind oft mehrere hunderte Zuhörer die Regel. Der persönliche Kontakt zu Lehrpersonen erfolgt meistens über die TutorInnen, die gewöhnlich drei Tutorien mit oft bis zu 35 Teilnehmern pro Tutorium betreuen. Die damit verbundene Überforderung der TutorInnen hat, zumindest an der TUB, dazu geführt, dass Studierende Hausaufgaben in Gruppen abgeben durften und sollten, wodurch der Anteil selbstständiger Arbeit weiter verringert wurde.

Zu den obigen aktuellen strukturellen Veränderungen kommt die bisherige Problematik hinzu, dass teilweise Studienanfänger mit mangelhaften mathematischen Vorkenntnissen und nur unzureichend entwickelten mathematischen Arbeitsmethoden an die Hochschule kommen [2][3]. Die Studierenden müssen nicht nur die nötige Mathematik lernen, sie müssen auch erlernen, wie sie Mathematik *lesen*, miteinander *diskutieren* so-wie *schreiben* sollen. So sind beispielsweise Quantoren wie *für alle* oder *es existiert* für die Mehrheit der Studierenden völlig neu und etwas kryptisch bzw. zunächst *zu abstrakt*. Somit haben diese Studierenden bereits Schwierigkeiten, einfache Definitionen zu verstehen. Ferner verwechseln Studierende der Ingenieurwissenschaften oft, in welchen Situationen bereits ein Beispiel ausreicht, um eine Aussage zu bestätigen oder zu widerlegen. Dies bedeutet, dass neben dem Unterrichten der eigentlichen Lehrinhalte aus der linearen Algebra und der Analysis auch ein Minimum an *Aussagenlogik* vermittelt werden muss, was eine Zusatzbelastung für das Lehrpersonal darstellt. Ein freiwilliger Vorkurs, in den dieses Thema adäquat behandelt wird, ist leider keine ausreichende Antwort auf diese Herausforderung. Nach einer Umfrage unter 260 Studienanfängern haben lediglich 25% der Befragten mehr als 60% des an der TUB angebotenen Vorkurs besucht. Dies scheint nicht unbedingt ein nur

TUB-spezifisches Problem zu sein [4]. Noch gravierender ist es, dass nur 18% der Befragten, die ihre mathematischen Fähigkeiten als unterdurchschnittlich eingeschätzt haben, überhaupt den an der TUB angebotenen Vorkurs besucht haben.

Die bisherigen Strukturen von Tutorien werden zuweilen als nicht optimal für das Erlernen von Mathematik angesehen. So wird ein in der Vorlesung vorgestelltes Konzept erst bis zu einer Woche später in dem Tutorium geübt und dadurch vertieft. Im Anschluss daran haben die Studierenden eine Woche Bearbeitungszeit für eine dazu passende Aufgabe, die sie noch eine Woche später korrigiert von ihren TutorInnen zurückbekommen. Die Studierenden müssen in dieser Unterrichtsstruktur somit drei Wochen lang warten, bis sie wissen, ob sie ein Konzept wirklich verstanden haben. Hinsichtlich der oben angeführten, im Zusammenhang mit den Studiengangumstellungen anzustrebenden weiteren Effizienzsteigerungen, ist außerdem anzumerken, dass ein Teil der Zeit in den Tutorien häufig für Routineaufgaben verwandt wird, die die meisten Studierenden eigenständig verstehen könnten, und somit nicht für das Erlernen schwieriger Konzepte zur Verfügung steht. Dies ist teilweise der Tatsache geschuldet, dass die Mehrheit der Studierenden relativ unvorbereitet zu ihrem Tutorium kommen. Fairerweise muss man hierbei erwähnen, dass die meisten von ihnen zuvor noch nicht mit akademischen Arbeitsmethoden in Berührung gekommen sind.

DIE TUMULT-LERNUMGEBUNG – FORTSCHRITTE DURCH ELEKTRONISCHE AUFGABEN

Die TUMULT (TUtorien MULTimediale) Tutorien für die Lineare Algebra an der TUB benutzen eine webbasierte Lernumgebung, die von der MUMIE-Plattform ausgeht [5]. Jeder, der etwas mit dem Internet umgehen kann, kann diese Software leicht bedienen. Zu jeder einzelnen Vorlesungseinheit gibt es einen damit assoziierten Lernblock, der die betreffenden mathematischen Inhalte, Beispiele, Trainingsmodule sowie Aufgaben einschließt. Die mathematischen Inhalte sind im Wesentlichen eine Zusammenfassung des Vorlesungsskriptes. Es gibt zwei Typen von Beispielen: statische und dynamische. Die statischen Beispiele sind denen ähnlich, die auch in einem Fachbuch zu finden wären. Im Gegensatz dazu erfordern die dynamischen Beispiele ein interaktives Vorgehen. Es gibt dabei solche, welche Schritt für Schritt aufzeigen, wie man eine gegebene rechnerische Aufgabe löst. Bei den meisten dieser Art von Beispielen kann man jederzeit mit neuen

Zahlenwerten neu beginnen und somit den Lösungsweg mit diesen Zahlenwerten noch mal betrachten. Andere Beispiele benutzen sogenannte *Applets*, die den Benutzer beispielsweise mit Vektoren in der Ebene *spielen* lassen, um ein vorgegebenes Prinzip zu verstehen.

Studierende haben ferner auch die Möglichkeit, in dem mit dem Beispiel assoziierten Trainingsmodul zu üben, wobei sie ihre Antwort auf Knopfdruck überprüfen lassen können. Ähnlich wie bei den dynamischen Beispielen können sie immer wieder eine Aufgabe mit neuen Zahlenwerten anfordern. So können die Studierenden so oft üben, wie sie möchten, und sich sofort vergewissern, dass sie eine bestimmte Art von Aufgabe verstanden haben. Eine ähnliche Hausaufgabe dient als Kontrolle, dass die Studierenden diesen Aufgabentyp wirklich gemeistert haben. Technische Details zu der TUMULT-Lernumgebung können in [6] gefunden werden.

Die Lösungen der Hausaufgaben sind überwiegend elektronisch einzutragen, d. h. sie haben häufig *keinen* multiple choice Charakter, so dass eine richtige Antwort mit hoher Wahrscheinlichkeit bedeutet, dass die Aufgabe und der Lösungsweg tatsächlich richtig verstanden wurden. Nach der Bearbeitungszeit werden die Lösungen automatisch korrigiert. Bemerkenswert daran ist, dass die automatisierte Korrektur von Hausaufgaben es ermöglicht, *personalisierte Aufgaben* zu stellen: Jeder Studierende erhält die gleiche Art von Aufgaben, allerdings jeder mit anderen Zahlenwerten. So muss jeder Studierende die eigenen Hausaufgaben selbst lösen, auch wenn die Studierenden gemeinsam miteinander Lösungswege diskutiert und entwickelt haben.

Neben solchen eher rechnerisch orientierten Hausaufgaben gibt es darüber hinaus auch elektronisch einzureichende Hausaufgaben, die gezielt den Lerntransfer prüfen und das erreichte Verständnis kontrollieren, wobei die Studierenden Beispiele mit bestimmten vorgegebenen Eigenschaften selber konstruieren müssen. Des Weiteren wird von den Studierenden verlangt, eine zusätzliche Hausaufgabe pro Woche in Schriftform zu bearbeiten, um sich die betreffenden Techniken der schriftlichen Darstellung, wie sie in den Klausuren benötigt werden, zu erarbeiten. Die TutorInnen, die von der Korrektur der Routinepflichten befreit sind, haben entsprechend Zeit die von den Studierenden schriftlich eingereichten Aufgaben gründlich zu korrigieren und im Anschluss daran mit den Studierenden in Hinblick auf die von ihnen jeweils gewählten Lösungsdarstellungen zu diskutieren.

DIDAKTISCHE KONZEPTE UND EVALUIERUNG

Drei didaktische Modelle wurden in drei aufeinander folgenden Semestern im Rahmen von TUMULT erprobt und evaluiert: selbstständiges Lernen, kooperatives Lernen sowie kooperatives Lernen mit einem Anteil an moderierten Diskussionen. Für die Evaluierung der Lernumgebung und das erprobte Lernmodell wurde nach dem ersten Semester ein Einstufungstest, ein Fragebogen für den Semesterbeginn sowie eine Umfrage für das Semesterende entwickelt. Die in zahlreiche Stunden entstandenen Beobachtungen der Tutorien haben wesentlich dazu beitragen können, das didaktische Konzept weiterzuentwickeln und an die studentischen Fähigkeiten und Bedürfnisse besser anzupassen. Ein Vergleich der Studierenden aus TUMULT Tutorien und aus den *Standardtutorien* belegt positive Ergebnisse des vorliegenden Konzepts.

Das Erste Semester

Eine Zielsetzung des ersten Semesters bestand darin herauszufinden, in wie weit Studierende lineare Algebra auf sich allein gestellt mithilfe der Lernumgebung lernen können. Die Testgruppe bestand zunächst aus 14 Personen, wobei jeder einen Computer zur Verfügung hatte. Zu Beginn jedes Tutoriums wurde kurze Anleitungen zu konzeptionell schwierigeren Aufgaben sowie technische Hinweise seitens der Lehrenden gegeben. Danach durften die Studierenden ihrem eigenen Tempo gemäß arbeiten. Die Studierenden haben dabei oft direkt mit den Aufgaben angefangen, ohne zuvor die Trainingsmodule auszuprobieren, die seinerzeit noch in dem inhaltlichen Teil zu finden waren. Die TutorInnen haben in der Regel darauf gewartet, dass die Studierenden Fragen hatten, um mit ihnen in Kontakt zu treten.

Bereits zu Semesterbeginn wurde es offensichtlich, dass die Studierenden nur wenige Aufgaben selbstständig bearbeiten konnten. Dennoch haben sie nur wenige Fragen an die Lehrpersonen und an ihre Nachbarn gerichtet. Die Studierenden haben häufig sehr isoliert gelernt, ohne recht Freude an den Arbeiten zu entwickeln. Vor diesem Hintergrund wurde die Hälfte der Teilnehmer vor der sechsten Woche verloren, zumal auch die Technik am Anfang nicht immer zuverlässig funktioniert hat und es noch keine schriftlich zu bearbeitenden Aufgaben gegeben hatte. Nachdem nur noch 5 Studierende die Tutorien besuchten, wurden als Reaktion darauf zusätzliche Sprechstunden angeboten, welche sehr gut angenommen wurden. Da diese Teilnehmer

gemeinsam zu den Sprechstunden kamen und in der Folge als eine Gruppe zusammengearbeitet haben, verlief der Rest des Semesters deutlich besser. Die Studierenden haben danach wesentlich häufiger Kontakt mit ihren Nachbarn und anschließend auch mit den Lehrpersonen aufgenommen. Ihre Fragen wurden gezielter und die dadurch entstandenen Diskussionen waren sehr fruchtbar. Von den am Ende des Semesters verbliebenen vier Teilnehmern haben zwei die Klausur im ersten Versuch bestanden, die anderen zwei im Wiederholungsversuch. Ein Vergleich mit Standardtutorien ist hier statistisch irrelevant, jedoch war die Erfolgsquote ähnlich.

Das obige Experiment hat gezeigt, dass *e-learning* nicht die alleinige Lösung für die vielfältigen Probleme in der mathematischen Ausbildung von Ingenieuren sein kann. Obwohl Studierende lernen müssen, eigenständig zu arbeiten, ist es ebenso wichtig, dass sie geeignete Techniken erlernen, miteinander zu lernen. Von daher wäre der Abbau von Lehrpersonal, das sie dabei unterstützt, Lösungsstrategien gemeinsam zu entwickeln und über mathematische Inhalte miteinander zu diskutieren, verheerend. Es wäre sogar angeraten, die TutorInnen gezielt für derartige Lehraufgaben zu schulen, da diese Art von Tutorien für die Lehrpersonen wesentlich anspruchsvoller sind. Solche Tutorien erfordern allerdings von den Studierenden ein höheres Zeitkontingent als in den Standardtutorien, was jedoch vor dem Hintergrund immer knapper werdender Zeitressourcen problematisch ist. Abschließend ist anzumerken, dass die TutorInnen die Zeit, die sie durch die elektronischen Korrekturen gewonnen hatten, durch die zusätzlichen Sprechstunden am Ende des Semesters gleich wieder verloren haben.

Obwohl das bis hierhin Modell für die allgemeine Situation an der TUB nicht optimal angepasst war, ließ sich bereits einiges daraus ableiten: die Studierenden hatten deutlich mehr Freude und Erfolg beim Lernen, nachdem sie angefangen hatten, miteinander zu arbeiten. So konnten sie komplexere Aufgaben mit weniger Anweisungen und nur gelegentlichen Interventionen durch die Lehrpersonen zusammenlösen. Ferner haben die Studierenden relevante Zusammenhänge in der linearen Algebra selbstständig erkennen können. In einem Repetitorium vor der Klausur schienen die TUMULT-Teilnehmer besser vorbereitet zu sein als die Studierenden aus einem Standardtutorium. Die TUMULT-Teilnehmer haben in diesem gemeinsamen Repetitorium den anderen Studierenden sogar substanziell helfen können.

Das Zweite Semester

In dem zweiten Semester haben die Studierenden einen

mathematischen *Einstufungstest*, der aus einem Wissensteil und Quantitätsteil bestand, absolviert. Der Wissensteil beinhaltete Fragen, die überwiegend aus den Themenbereichen des Berliner Lehrplanes der 10. und 11. Klasse entstammten, so dass auch Studierende auch ohne die aus einem gymnasialen Leistungskurs herrührenden Vorerfahrungen gute Voraussetzungen dafür hatten, die betreffenden Fragen zu beantworten. Einige spezifische Fragen aus der linearen Algebra dienten dazu, Wiederholer unter den *Studienanfängern* zu identifizieren. In dem Quantitätsteil des Einstufungstests wurden zwei Zahlen oder algebraische Ausdrücke verglichen, um grundlegendes Wissen sowie das Gespür für Größen bzw. Quantitäten zu überprüfen.

In der letzten Semesterwoche wurde eine Umfrage unter den TUMULT-TeilnehmerInnen durchgeführt, an der sich ein Viertel dieser Studierenden beteiligt hat. Dabei wurde nach Ihren Einschätzungen und Meinungen zu den verschiedenen Aspekten der Lernumgebung, dem didaktischen Modell sowie ihre eigenen Beteiligung gefragt. Ergebnisse dieser Umfrage werden weiter unten dargestellt.

Ein Ziel des zweiten Semesters bestand darin zu untersuchen, in wie weit Studierende lineare Algebra mit der TUMULT-Lernumgebung in Gruppen erlernen können. Dafür wurde eine Modifizierung des kooperativen Modells von Hagelgans et al adoptiert: Die Studierenden haben in zu Semesterbeginn festgelegten Vierer-Gruppen zusammengearbeitet, innerhalb derer sie einander dabei geholfen haben, die Mathematik besser zu verstehen [7]. In diesem Modell werden unterschiedliche Lösungswege für eine gegebene Hausaufgabe entwickelt und diskutiert. Studierende lernen dabei, nicht nur ihren Gruppenmitgliedern Fragen zu stellen, sondern sie richten auch Fragen an sich selbst, wenn sie allein arbeiten [8]. Dadurch sollen die Studierenden erlernen, ihre eigenen Rechen- und mathematischen Denkfehler zu identifizieren sowie selbst zu korrigieren. In diesem Modell wird verlangt, dass jeder Teilnehmer gemäß seiner persönlichen Fähigkeiten seinen Anteil an der gesamten Arbeit leistet.

Durch die Gruppenarbeit können jedoch auch einige Probleme entstehen, die sich durch eine gezielte Zusammenstellung der Gruppen reduzieren lassen [7]. Wenn beispielsweise ein Mitglied einer Gruppe, das wesentlich stärker als die anderen Mitglieder ist, relativ oft und viel zu viel im Vergleich zu den anderen redet sowie dabei die Geduld mit den Schwächeren verliert, werden schwächere Mitglieder entmutigt und fallen schnell zurück. Dies ist tatsächlich in einer unausgewogen zusammengesetzten Gruppe passiert: Am Ende des Semesters hatten alle Mitglieder viele

Punkte bei den Hausaufgaben erreicht, aber nur das stärkste Mitglied hatte im Anschluss die Klausur bestanden. Dieses Phänomen ist in keiner der ausgewogenen Gruppen aufgetreten. Ähnliche Problematiken lassen sich feststellen, wenn sich nur eine einzige Frau oder ein einzelner Ausländer mit mangelnden Sprachkenntnissen in einer ansonsten eher homogenen Gruppe befindet [9][10].

Daher wurde die Gruppenzusammensetzung in einer frühen Semesterphase von den Lehrpersonen festgelegt, wobei bestimmte Kriterien angelegt wurden, um einerseits heterogene andererseits aber möglichst ausgewogene Gruppen zu generieren. Die Ergebnisse der Einstufungstests, die die Studierenden in der ersten Woche des Semesters geschrieben hatten, wurden dabei dazu eingesetzt, sicherzustellen, dass die Studierenden innerhalb einer Gruppe nicht all zu unterschiedliche mathematische Fähigkeiten aufwiesen. Mithilfe eines die Einstufungstests begleitenden Fragebogens wurden weitere Informationen erhoben, die für die Gruppenzusammenstellung als nützlich anzusehen waren. So haben beispielsweise Studierende im gleichen Studiengang sehr ähnliche persönliche Zeitpläne, so dass gewährleistet ist, dass sie sich leicht auch außerhalb des Tutoriums für selbst gewählte Zusatztermine treffen können. Im Sinne der angestrebten Ausgewogenheit der Gruppenzusammensetzung wurden, wenn möglich, Gruppen bestehend aus zwei Frauen und zwei Männern oder aber zwei Muttersprachlern und zwei Nicht-Muttersprachlern gebildet. Das Gruppenmodell hat sich im Laufe des Semesters bestätigt. Bei der Umfrage (26 TeilnehmerInnen) am Ende des Semesters fanden 92% der Studierenden es *hilfreich*, in Gruppen zu arbeiten. Lediglich 12% haben geäußert, dass sie lieber ihre eigene Gruppe ausgewählt hätten.

Jedes der fünf TUMULT-Tutorien bestand aus 20 bis 40 Studierenden (insgesamt 135 Teilnehmer) und zwei Lehrpersonen, was von den Studierenden ohne Ausnahme in der Umfrage ebenfalls als *hilfreich* oder sogar *sehr hilfreich* bewertet wurde. Wie in dem ersten Semester hatten die TutorInnen kurze Anleitungen zu schwierigeren Konzepten, beispielsweise lineare Abbildungen, woran im Anschluss die Studierenden jeweils dem eigenen Tempo folgend die elektronischen Aufgaben bearbeitet haben. Jede Vierer-Gruppe hatte zwei Computer zur Verfügung gehabt. Trotz Gruppenarbeit musste jedes Gruppenmitglied die eigene Hausaufgabe (vom gleichen Typ aber mit unterschiedlichen Zahlenwerten) selbstständig und alleine bearbeiten. Das Niveau der elektronisch zu bearbeitenden Aufgaben empfanden die Studierenden als richtig (39%) bis schwer (42%). Besonders diejenigen Hausaufgaben, zu denen es

Trainingsmöglichkeiten gab, haben sie als *hilfreich* (81%) bewertet. Weniger Akzeptanz fand die elektronische Korrektur, da in vielen der Hausaufgaben keine Teilpunkte vergeben wurden und somit Folgefehler nicht abgefangen bzw. berücksichtigt werden konnten (54%).

Die TutorInnen sollten die einzelnen Gruppen bei ihrer Arbeit unterstützen, in dem sie Diskussionen innerhalb einer Gruppe moderierten. Aufgrund häufig auftretenden Zeitdrucks haben sie jedoch auch weitere Anweisungen bzw. Hinweise gegeben, wodurch eine starke Abhängigkeit von den Lehrpersonen entstand. Trotzdem fühlten sich die Studierenden zuweilen allein gelassen, so dass ein kleinerer Anteil dieser Studierenden zu den Standardtutorien gewechselt hat, u.a. weil in diesen fast alles vorgerechnet wird. Vor dem Hintergrund, dass die eher durch solche Elemente des Frontalunterrichtes geprägten Standardtutorien zunehmend in Frage gestellt werden, sollte in der Konzeption neuartiger Tutorien berücksichtigt werden, dass die Studierenden de facto recht wenig Zeit für das Erlernen mathematischer Inhalte haben: Somit wird ein *Vorrechnen* durch das Lehrpersonal zunächst als individuelle Zeitersparnis gewertet, zumal gerade Studienanfänger mit dieser *Lernsituation* noch gut aus ihrer unmittelbar zurückliegenden Schulerfahrung vertraut sind und es ihnen bis zu einem gewissen Punkt, in der Regel der Klausur, gestattet, sich einer Lern- aber auch Selbstlernkontrolle zu entziehen. Andererseits werden auch künftig Elemente des Frontalunterrichtes einen wesentlichen Beitrag zur mathematischen Ausbildung von Ingenieuren leisten können. Es ist zu erwarten, dass die Entwicklung hochschuldidaktischer Methoden und Instrumente dazu beitragen kann, die obige Problematik mit aufzulösen.

Als Ergänzung zu den elektronisch zu bearbeitenden Aufgaben gab es jede Woche eine weitere Hausaufgabe, die die Studierenden schriftlich einreichen sollten. Allerdings geschah dies auf einer freiwilligen Basis ohne Punktevergabe. Nach der zweiten Woche haben nur wenige Teilnehmer eine entsprechende schriftliche Lösung abgegeben, so dass es für notwendig erachtet wurde, die Studierenden beim Erlernen ihrer schriftlichen Arbeitstechniken durch zwei Sondertermine zu unterstützen. Dabei wurden insbesondere die Entwicklung einer Lösungsstrategie à la Polya [11] und deren Umsetzung bei der schriftlichen Darstellung einer Lösung erläutert. Die Studierenden haben diese Sondertermine als sehr nützlich empfunden, obgleich Präferenzen für die Integration solcher schriftlichen Übungen in die wöchentlichen Tutorien geäußert wurden.

Mit den Demonstrationen in der Lernumgebung und mithilfe der Unterstützung durch ihre Gruppen-

mitglieder konnten die Studierenden rechnerische Aufgaben wie beispielsweise Matrixmultiplikationen oder die Berechnung von Eigenwerten selbstständig und erfolgreich bearbeiten. Obwohl die diversen Applets abstrakte Konzepte veranschaulichen sollten, haben die Gruppen immer noch große Schwierigkeiten dabei gehabt, einige dieser Konzepte auf sich allein gestellt zu verinnerlichen. Vektorräume, linearen Abbildungen und darstellenden Matrizen haben dabei das größte Unverständnis hervorgebracht. Algorithmen konnten die Studierenden in der Regel auswendig lernen, jedoch haben viele von ihnen nicht genau verstanden, was sie überhaupt berechneten und welche Art von Resultaten sie erhalten sollten. So lässt sich beispielsweise bei der Berechnung einer Basis des Bildes einer Matrix A der Algorithmus wie folgt formulieren: transponiere die Matrix A , bringe diese mit dem Gaußschen Verfahren in Zeilenstufenform, transponiere die entstehende Matrix und wähle dann die Spalten aus, die keine *Nullspalten* sind. Die häufigste Frage, die dabei auftrat, war *wieso die Matrix transponiert werden muss, wenn sie am Ende wieder zurück transponiert wird*. Manche der Studierenden halten diesen Schritt deshalb für unnötig und wendeten sogleich das Gaußsche Verfahren an. Wenn die Studierenden in ausreichender Weise mit dem zugehörigen Trainingsmodul geübt hatten, konnten sie solche Aufgaben dann richtig lösen, aber ohne genau zu verstehen, was sie dabei eigentlich berechneten. In solchen Situationen ist es erforderlich, dass die TutorInnen intervenieren, um zu prüfen, in wie weit, die Studierenden die Aufgaben samt ihren Lösungen verstanden haben. Gegebenenfalls müssen zugrunde liegende Konzepte mit den Studierenden wiederholt und vertieft werden.

Um die Prüfungsergebnisse besser einordnen zu können, wird die derzeit noch geltende Prüfungsstruktur an der TUB kurz erläutert: An der TUB haben Studierende aus verschiedenen Studiengängen unterschiedliche Bedingungen für die Zulassung zur Klausur. Studierende, die die so genannte $\frac{1}{2}$ -Klausur schreiben (der Begriff $\frac{1}{2}$ -Klausur weist darauf hin, dass nur eine von zwei möglichen mathematischen Klausuren von den Studierenden bestanden werden muss), studieren überwiegend Maschinenbau oder Verkehrswesen. Sie sind allerdings nicht verpflichtet, Hausaufgaben abzugeben. Außer den Studierenden in der Elektrotechnik bzw. Technischen Informatik sind alle Studierenden, die die so genannte P-Klausur schreiben, verpflichtet, mindestens 60% der insgesamt möglichen Hausaufgabenpunkte bei Abgabe in Dreiergruppen zu erlangen. Die $\frac{1}{2}$ -Klausur ist mit der P-Klausur identisch und wird auch auf gleiche Weise korrigiert. Diese Struktur wird sich mit der Einführung

der Bachelor- und Masterstudiengänge ändern, was begrüßenswert ist, da in der Regel selten mehr als 35% der 1/2-KlausurteilnehmerInnen die Prüfung bestehen. Die Klausurergebnisse der TUMULT-Teilnehmer aus dem betreffenden Semester (WS 2005/2006) sind in den unten stehenden Diagrammen im Vergleich zu denen der Teilnehmer aus Standardtutorien dargestellt. Zum weiterführenden Vergleich sind hier auch die Ergebnisse aus dem folgenden Semester (SS 2006) mit dargestellt worden.

Obwohl die Hausaufgaben in den Standardtutorien ähnlicher zu klausurtypischen Aufgaben sind als die Hausaufgaben in den TUMULT-Tutorien, haben Studierende, die bei mehr als 50% der TUMULT-Tutorien anwesend waren, wesentlich besser bei der Klausur abgeschnitten. Insbesondere die TUMULT-TeilnehmerInnen, die die P-Klausur geschrieben haben, haben sehr gute Leistungen gezeigt. Laut Umfragen haben einige TUMULT-Studierende, jedoch weniger als 20% dieser Gruppe, sowohl TUMULT- als auch Standardtutorien regelmäßig besucht, so dass der Gesamterfolg nicht nur durch TUMULT alleine bedingt sein muss. Die Ergebnisse bei der 1/2-Klausur sind jedoch recht schlecht. Da die betreffenden Studierenden zuvor keine Hausaufgaben abgeben mussten, haben viele davon ihre Kenntnisse vor allem nur in der Vorlesung und im Tutorium erworben.

Das Dritte Semester

Das Modell des zweiten Semesters wurde ganz überwiegend auf das des dritten Semesters übertragen. Die wichtigsten Änderungen seien hier kurz erwähnt: Manche der Tutorien wurden nicht mehr von einem Team geleitet, was u.a. durch begrenzte Räumlichkeiten bedingt war. Es wurden mehr Anleitungen zu den Aufgaben gegeben, obwohl dies nicht gleichermaßen in allen Tutorien durchgeführt wurde. Statt darauf zu warten, bis eine Gruppe eine Frage stellen wollte, haben die Tutoren auch initiativ Kontakt mit den einzelnen Gruppen aufgenommen. Falls die Studierenden keine Fragen zu einer Aufgabe hatten, haben die Tutoren ihnen dann im Gegenzug Fragen gestellt.

Die Lernumgebung wurde ebenfalls erweitert und mehr Trainingsmöglichkeiten darin integriert. Des Weiteren gab es nun je- de Woche eine Hausaufgabe, deren Lösung jeder Studierende schriftlich abzugeben hatte. Die Tutoren wiederum haben diese schriftlichen Arbeiten gemeinsam mit den einzelnen Gruppen in den Sprechstunden diskutiert. Eine weitere Form der Unterstützung der Studierenden gab es durch das so genannte *Mathe-Labor*. Dieses Labor fand in einem Raum mit Computerterminals statt, in dem Studierende ihre Hausaufgaben in Anwesenheit von Tutoren bearbeiten konnten. Über ein Drittel aller Teilnehmer hat dieses Angebot regelmäßig angenommen.

Die Ergebnisse des Einstufungstests waren mit denen des zweiten Semesters vergleichbar. So konnten Studierenden bereits in der Anfangsphase des Semesters identifiziert werden, die besonders gefördert werden sollten, um Ihnen bessere Chancen zu ermöglichen, die Veranstaltung erfolgreich abzuschließen. Die Identifikation der stärkeren Studierenden hat dazu gedient, diese Studierenden frühzeitig mehr zu fordern. Wie im zweiten Semester wurden die Ergebnisse des Einstufungstests auch dazu benutzt, um die Gruppen zusammenzustellen. In dem dritten Semester, einem Sommersemester, war es jedoch deutlich schwieriger, die Studierenden in ihre u.a. durch den Einstufungstest mitbestimmten Gruppen zu integrieren, da viele von ihnen bereits im vorhergehenden Wintersemester eine eigene Lerngruppe gebildet hatten. Im Vergleich zu dem zweiten Semester war die beabsichtigte Gruppenarbeit weniger intensiv ausgeprägt. Ferner haben die Studierenden wie diejenigen in dem ersten Semester häufig allein gearbeitet.

Leider haben nur 5 Studierende die Umfrage am Semesterende ausgefüllt, so dass deren Ergebnisse statistisch irrelevant sind. Von den 25 Personen, die die erste Klausurmöglichkeit direkt nach Semesterende

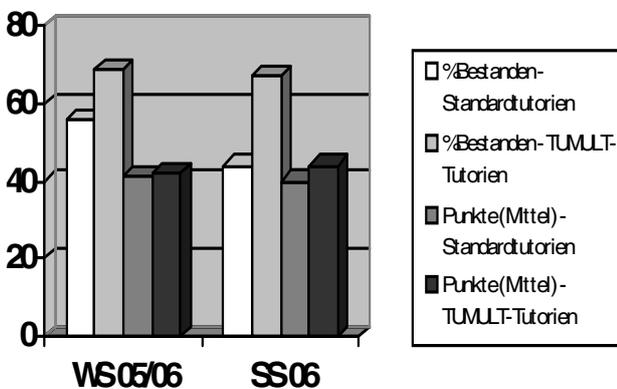


Abbildung 1: P-Klausur 1/2-Klausur.

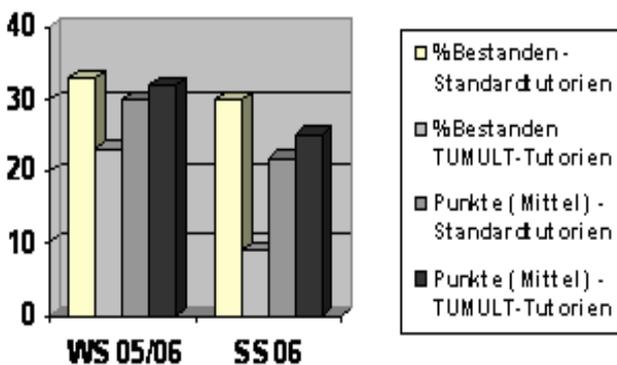


Abbildung 2: Klausur.

wahrgenommen haben, haben 12 bestanden. Die Erfolgsquote bei der P-Klausur lag bei 67% für TUMULT-TeilnehmerInnen im Vergleich zu 44% für die TeilnehmerInnen der Standardtutorien.

ERGEBNISSE DER STUDIE UND PERSPEKTIVEN

Obwohl die Lernumgebung und die beiden zuletzt verwendeten Lehrmodelle recht gut funktioniert haben, ist anzumerken, dass sie wahrscheinlich zu zeitintensiv für noch größere Tutorien als die hier erprobten sind. Die bisherigen Erfahrungen mit den TUMULT-Tutorien und deren Evaluationen legen die Integration von Elementen der elektronischen Lernumgebung, der durch Einstufungstests begleiteten Gruppenbildung und der Standardtutorien in neuartige Tutorien nahe, wenn komplette Jahrgänge von Studierenden wieder einheitlich ausgebildet werden sollen. Die durch die elektronische Korrektur der Hausaufgaben gewonnene Zeit könnte dabei sowohl für die Betreuung des Mathe-Labors als auch für persönliche Gespräche mit einzelnen Gruppen über ihre schriftliche Arbeit benutzt werden. Außerdem verbliebe so auch die für gezielte Schulungen der TutorInnen erforderliche Zeit, in denen u.a. alternative Methoden zum Frontalunterricht vermittelt werden sollen. Dazu gehören beispielsweise die Leitung und Moderation von Diskussionen, welche vielen TutorInnen häufig noch fremd sind, von denen

angeleitete Gruppenarbeit jedoch maßgeblich profitieren könnte.

Obwohl ein erfolgreiches Ergebnis in der Endklausur nicht der einzige Maßstab für das erfolgreiche Lernen der Mathematik ist, so spiegelt sich darin nicht unbedingt die Nachhaltigkeit der vermittelten Kenntnisse wider, sind solche Ergebnisse nicht ohne Bedeutung für methodische Studien. Fast alle TUMULT-TeilnehmerInnen, die regelmäßig Sprechstunden oder das Mathe-Labor besucht haben, haben eine der beiden in jedem Semester angebotenen Klausuren bestanden. Sogar diejenigen TUMULT-TeilnehmerInnen mit eher schwachen Ergebnissen im Einstufungstest konnten sich maßgeblich steigern. Es scheint, als ob Motivation eine große Rolle in dem Erlernen von Mathematik spielen kann. Die Klausurergebnisse für die letzten beiden Semester sind in Abhängigkeit der Einstufungstestergebnisse in der unten stehenden Abbildung dargestellt.

Was hat den Studierenden am meisten am hier vorgestellten Modell gefallen? Ergebnisse der Umfragen belegen, dass Studierende viel Freude an der Lernumgebung hatten. Die umgehende Rückmeldung bei der Bearbeitung von Aufgaben hat ihnen sehr gut gefallen sowie die zahlreichen Applets. Das Engagement der TutorInnen wurde überwiegend wahrgenommen und sehr geschätzt. Die zusätzlichen Sondertermine empfanden die Studierenden ebenfalls als hilfreich.

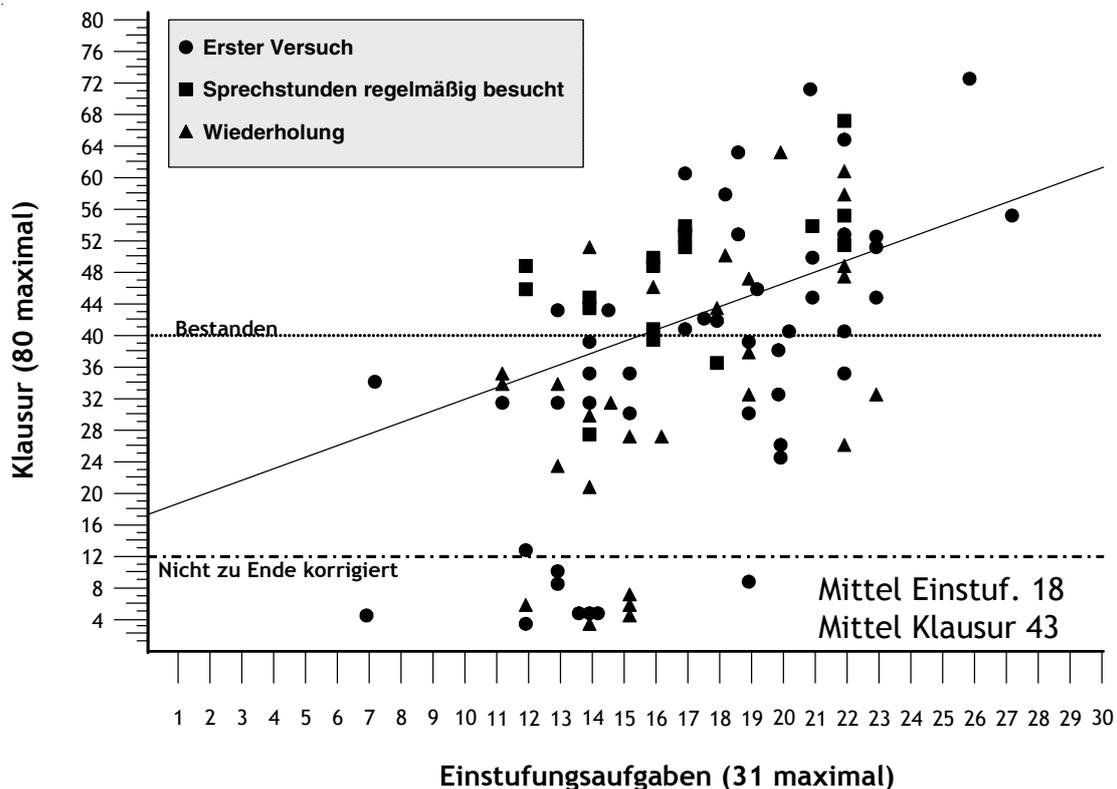


Abbildung 3: Klausurergebnisse für die letzten beiden Semester.

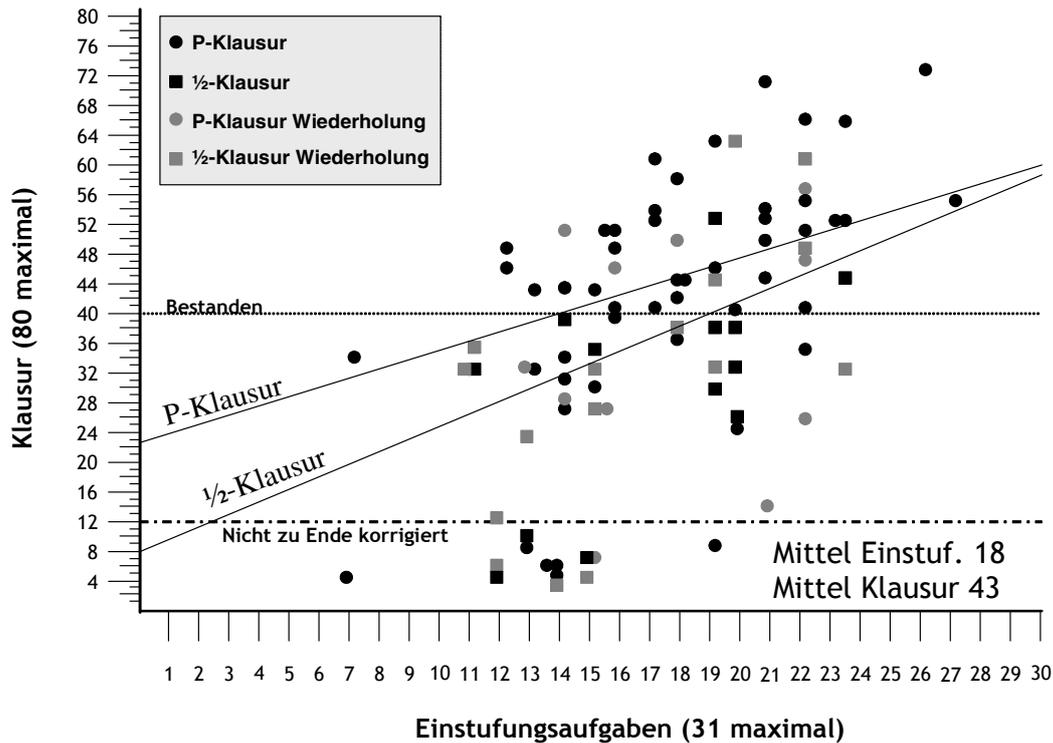


Abbildung 4: Klausurergebnisse für die letzten beiden Semester.

Neben dem hohen Zeitaufwand hat den Studierenden die strenge Korrektur am wenigsten zugesagt: Die Vergabe von überhaupt keinen Punkten für die Lösung einer Aufgabe mit nur einem kleinen Rechenfehler hat die Studierenden zuweilen deutlich demotiviert. Leider ist es technisch sehr aufwendig, beispielsweise einen Vorzeichenfehler zu erkennen und in der Folgebewertung der abgegebenen Lösung abzufangen bzw. entsprechend zu berücksichtigen. Die Weiterentwicklung der automatisierten Korrektur, um solche Probleme zu beheben, ist bereits in der Bearbeitung.

ZUSAMMENFASSUNG

In den TUMULT-Tutorien (TUtorien MULTimedial) wurden drei didaktische Modelle in drei aufeinander folgenden Semestern im Rahmen von einer internetbasierten Lernumgebung (MUMIE) erprobt und evaluiert: selbstständiges Lernen, kooperatives Lernen sowie kooperatives Lernen mit einem Anteil an moderierten Diskussionen. Die Lernumgebung beinhaltet den Kursinhalt, Beispiele, Trainingsmodule mit sofortiger Rückmeldung, sowie personalisierte, elektronisch einzureichenden Hausaufgaben, die durch eine automatisierte Korrektur kontrolliert werden.

In dem ersten Semester des Experiments haben die Studierenden überwiegend allein an einem Computer gelernt und ihre Hausaufgaben elektronisch erledigt. Dabei wurden ihre Lernfortschritte bei den

einzelnen Themen beobachtet, um die Themen zu identifizieren, mit denen die Studierenden gut alleine zurechtkommen. In dem zweiten Semester haben Studierende in Vierer-Gruppen kooperativ gearbeitet. Lehrpersonen haben kurze Anleitungen zu schwierigeren Konzepten gegeben, aber ansonsten darauf gewartet, bis eine Gruppe eine Frage stellen wollte, um Kontakt mit den einzelnen Gruppen aufzunehmen. Die Lernfortschritte der Studierenden bei den einzelnen Themen wurden wiederum beobachtet, wobei die Gruppen in einem breiteren Spektrum von Aufgaben erfolgreich waren. In dem dritten Semester haben Studierende ebenfalls in kooperativen Gruppen gearbeitet. Die Lehrpersonen haben jedoch häufiger Kontakt mit den Gruppen aufgenommen, in dem sie ihre Diskussionen moderierten. Die Art von Aufgaben, die Studierende alleine lösen konnten, blieb verglichen mit dem zweiten Semester eher konstant.

Die Tutorien wurden aus zwei verschiedenen Blickwinkeln evaluiert: studentischer Erfolg und studentische Zufriedenheit. Die Klausurergebnisse der TUMULT-Teilnehmer sind deutlich besser ausgefallen als die der Teilnehmer in den Standardtutorien. Als nicht zu überraschend kann gewertet werden, dass Studierende, die regelmäßig Sprechstunden besucht haben, noch bessere Klausurergebnisse erreicht haben als diejenigen, die mit einem durch den Einstufungstest bestimmten, vergleichbaren Lernniveau begonnen haben und nicht die angebotenen Sprechstunden

genutzt haben. Ferner ist noch anzumerken, dass die Studierenden die sofortige Rückmeldungsoption in den Trainingsumgebungen sehr zu schätzen gelernt haben, die es ihnen gestattet, ihre persönlichen Lernfortschritte zeitnah selber zu überprüfen. Die Zufriedenheit der Studierenden mit der neuen Art von Tutorium ist über die Zeit hinweg stetig angestiegen, was für weitere Modifikationen dieser Tutorien in Richtung noch höherer Effizienz eine gute Grundlage bildet.

REFERENZEN

1. Strauß, R., Über eine Ergänzungskurs zur Ingenieurmathe-matik. *Global J. of Engng. Educ.*, 7, 3, 329-335 (2003).
2. Grünwald, N., Kossow, A. und Schott, D., WMY2000 – World Mathematical Year 2000, Mathematik – eine Schlüsselqualifikation in der Ingenieurausbildung. *Global J. of Engng. Educ.*, 4, 2, 129-134 (2000).
3. Berger, M. und Schwenk, A., Mathematische Grundfertigkeiten der Studienanfänger der Technischen Fachhochschule Berlin und der Schüler der Bertha-von-Suttner-OG Berlin. *Global J. of Engng. Educ.*, 5, 3, 251-258 (2001).
4. Giering, K. und Matheis, A., Mathematik in Ingenieurwissen-schaftlichen Studiengängen nach PISA. *Global J. of Engng. Educ.*, 8, 3, 261-267 (2001).
5. MUMIE Homepage, <http://www.mumie.net>
6. Eberlein, D., Ens, V., Jeschke, S., Seiler, R. und Vachenauer, P., *Next Generation* in der eLearning Technologie: Virtuellen Wissensraumes *MUMIE* (2004), <http://~sabina/Publications/next-generation-plattform.pdf>
7. Hagelgans, N., Reynolds, B., Schwingendorf, K., Vidakovic, D., Dubinsky, E., Shahin, M. und Wimbish, G.J., A practical guide to cooperative

learning in collegiate mathematics. *MAA Notes*, 37 (1995).

8. Wimbish, G.J., Identification and Classification of Attitudes of Non-Specialist Undergraduate Mathematics Students that Might Affect Collegiate Cooperative Learning Procedures. PhD thesis, Universität Alabama (1993).
9. Webb, N.M., Sex differences in interaction and achievement in cooperative small groups. *J. Educ. of Psychology*, 76, 33-44 (1984).
10. Gonzalez, A., Classroom Cooperation and Ethnic Balance. PhD thesis, Universität California (1980).
11. Polya, G., *How to Solve It*. Princeton: Princeton University Press (1945).

BIOGRAPHIE



Katherine Roegner hat Mathematik an der University of North Carolina – Chapel Hill studiert und an der Technischen Universität Berlin 1999 im gleichen Fach promoviert. Nach Lehr-tätigkeiten an dem Eckerd College und an der South-eastern Louisiana University in den USA arbeitet sie seit

2004 als wissenschaftliche Assistentin an der TU Berlin. Sie beschäftigt sich mit Fragen der Didaktik der Mathematik für Studierende in den Ingenieurwissenschaften mit Schwerpunktsetzungen in der Nutzung von multimedialen Lernmaterialien in der Lehre, dem Übergang von der Schulmathematik zur Hochschulmathematik, sowie der Entwicklung von Methoden und Evaluationsinstrumenten für die Qualitätssicherung.

CALL FOR PARTICIPATION



**UNESCO International Centre
for Engineering Education (UICEE)**

**11th Baltic Region Seminar
on Engineering Education**

Attractiveness of Engineering Education

An invitation to submit paper proposals and attend the Seminar at:

Tallinn University of Technology (TUT)

Tallinn, Estonia

18-20 June 2007



REGISTER YOUR INTEREST NOW!

More information can be found at:

<http://www.eng.monash.edu.au/uicee/>

under *Conferences and Meetings*