Global J. of Engng. Educ., Vol.10, No.3
Published in Australia

Bemerkungen zur Vorlesung *Mathematik für Ingenieure*

Raimond Strauß
Institut für Mathematik, Universität Rostock
Universitätsplatz 1, D-18055 Rostock, Deutschland

Die Hochschulen stehen vor der Aufgabe bei sinkenden eigenen Ressourcen und zu wenigen Studienanfängern, ausreichend gute Ingenieure auszubilden. Die mathematische Vorbildung der Studenten sinkt seit Jahren tendenziell. Technologische Fortschritte lassen sich nur mit hoch qualifizierten Ingenieuren erzielen. Die mathematische Ausbildung ist das wichtigste Kriterium für die berufliche Qualität der Ingenieure. Die Verbesserung der Ingenieurausbildung ist als Notwendigkeit international erkannt worden. Die Mathematik muss ihren Anteil durch Schließen der Lücken zwischen den Vorlesungen *Mathematik für Ingenieure* und den von Ingenieuren in Praxis und Wissenschaft verwendeten Verfahren leisten. Neue Begriffe und Verfahren müssen unter Berücksichtigung der besonderen Anforderungen an die Mathematik in der Ingenieurausbildung in die Lehrveranstaltungen aufgenommen werden. Das geht nur mit wesentlich mehr Zeit für Mathematik in der Ingenieurausbildung an den Hochschulen. Auch eine Steigerung des Anteils von Mathematik und Naturwissenschaften an den Schulen ist dringend geboten. Das Mehr an Mathematik verbessert meiner Meinung nach die Zukunftschancen unserer modernen Gesellschaft.

EINLEITUNG

Gegenstand der Arbeit ist zunächst die Kette von Sätzen, die mehr oder weniger begründet werden:

- Gute Ingenieure werden dringend gebraucht;
- Es gibt immer weniger Studienanfänger in technischen und naturwissenschaftlichen Fächern;
- Die Studienanfänger verfügen über immer weniger mathematische Vorkenntnisse;
- Mathematik wurde und wird verantwortungslos abgebaut;
- Mathematik ist die Schlüsselqualifikation für jeden Ingenieur;
- Man braucht Mindestanforderungen an die Vorlesung *Mathematik für Ingenieure*;
- Die mathematische Ausbildung eines Ingenieurs bestimmt die Qualität seiner Ausbildung insgesamt;
- Modellierung und Simulation mit dem Computer sind tägliche Ingenieurarbeit geworden;
- Die neue Technik ermöglicht heute die Lösung von Problemen, die vor kurzem noch unlösbar waren;
- Die Vorlesungen müssen wichtige Instrumente der Ingenieure wie FEM und Differenzenverfahren beinhalten;
- Die klassische Vorlesung *Mathematik für Ingenieure* ist unzureichend und demotivierend;
- Es ist eine fundierte analytische Ausbildung, sehr viel mehr lineare Algebra und die Umsetzung der mathematischen Verfahren auf dem Computer nötig.

Der Schluss daraus ist, dass für Mathematik an den Hochschulen und in der Schule viel mehr Zeit als bisher aufgewendet werden muss. Nichts ist so billig zu haben wie mehr Mathematik. Und nichts ist so nützlich. Das soll genauer untersetzt werden. Es gibt zum Thema Mathematik und Ingenieurausbildung unzählige Überlegungen, von denen einige zusammengefasst werden.

GUTE INGENIEURE SIND MANGELWARE

Um 1930 gab es in Deutschland japanische Fahrräder zu kaufen. Sie waren billiger und nicht schlechter als die in Deutschland produzierten. Über die ersten Toyotas haben im Heimatland des Automobils die Industriellen und die Bevölkerung gelacht. Das Lachen über Ingenieurleistungen anderer ist allen vergangen. Im Gegenteil, die Situation ist zum Fürchten. Deutschland verliert in vielen Schlüsseltechnologien

den Anschluss [1]. Das hat viele Ursachen. Im letzten Jahr (2005) fehlten der deutschen Wirtschaft 15.000 Ingenieure. Dadurch wurden nach Schätzungen von Infas 30 Mrd. Euro nicht investiert und 30.000 weitere Stellen nicht geschaffen. Jedes Jahr kommen nach vorsichtigen Schätzungen 2000 offene Stellen hinzu. Das sind dann 25.000 im Jahre 2010. Andere Schätzungen geben sogar 200.000 fehlende Ingenieure für das Jahr 2010 an. Nachwuchsprobleme treten auch in den Naturwissenschaften und in Mathematik auf, obwohl die Chancen dieser Absolventen hervorragend sind. Negative Besetzungen der Begriffe Fortschritt und Zukunft im Zusammenhang mit Technik sind über Jahrzehnte aus sehr unterschiedlichen Motivationen mehr oder weniger bewusst erzeugt worden. Es fehlt an Wissensdurst und an Erfindergeist.
Ein Vorbild ist Felix Wankel (13.08.1902-9.10.1988), der Erfinder des Wankelmotors. Er wird in der Zeitung *Die Welt* vom 7. Juni 2006 zitiert: *Geht ein deutscher Techniker mit ein paar Konservendosen in den Urwald, kommt er mit einer Lokomotive heraus.* Peter Gillies, der Autor des Artikels, setzt die Replik dagegen: *Heute freut er sich über das Dosenpfand.*

Eine von vielen Ursachen für die jetzige Situation ist die Schul- und Bildungspolitik. Insbesondere der Abbau von Mathematikstunden wirkt sich böse auf den Nachwuchs im technischen Bereich aus. Bürokratisierung der Ausbildung verhindert dringend notwendige flexible Reaktionen der Hochschulen und Schulen auf die Mangelerscheinungen.

ZU WENIGE GUTE STUDIENANFÄNGER

Es fehlt vielen Kindern an mathematischer und naturwissenschaftlicher Bildung. Sie sind nicht in der Lage bzw. zu ängstlich, ein Studium im mathematiklastigen technischen Bereich anzutreten. Vor dem Scheitern junger Menschen im Beruf aufgrund zu schlechter mathematischer Kenntnisse wurde schon vor Jahren gewarnt [2]. Wenn wir es nicht schaffen, die jungen Leute so zu bilden, dass sie die herausragenden technologischen Leistungen der Vorfahren fortführen können, werden wir uns nicht nur die höchste Kulturdichte der Welt nicht mehr lange leisten können, sondern verlieren die wesentliche Quelle unseres Wohlstandes. Neue Quellen sind nicht erkennbar, nur neue Senken also Belastungen für alle. Ein ausreichendes mathematisches Grundwissen wird heute nur noch von wenigen sehr guten Schülern erreicht, die eher Physik als eine Ingenieurwissenschaft studieren. Nachgewiesenermaßen haben die Studienanfänger in den Ingenieurfächern ein immer schlechteres mathematisches Niveau [3-5]. Das liegt eindeutig am Abbau der Stunden für Mathematik und die naturwissenschaftlichen Fächer in der Schule. Die Hauptaufgabe des Mathematikunterrichts in der Schule ist es, Grundwissen zu vermitteln und die Schüler auf den verständigen Gebrauch einer mathematischen Technologie vorzubereiten. Das Grundwissen muss verfügbar sein. Deshalb muss viel mehr geübt werden. Beispielsweise sind Termumformungen vielen Abiturienten unklar. Mit der Einführung des CAS in die Schule besteht die Gefahr, dass die Schüler selbst einfachste Umformungen nicht mehr selbst ausführen können. Sie erkennen dann äquivalente Gleichungen nicht mehr als gleich, da sie nicht überblicken, wie sie auseinander hervorgehen. Das soll auf keinen Fall so sein. Die Technik darf nicht einfach genutzt werden, es muss verstanden werden, was der Rechner ausführt. Es ist gefährlich, sich auf den CAS zu verlassen. Er darf für einfache Umformungen nicht herangezogen werden. Aber die Zeit zum Üben fehlt, weil die Stundentafeln viel zu wenig Mathematik enthalten. Mathematik und Naturwissenschaften wurden zu stark abgebaut. Sie hätten entsprechend ihrer wachsenden Bedeutung für die Technologie im Vergleich zu 1968 ausgebaut werden müssen. Es müssen mehr Unterrichtsstunden für Mathematik und die Naturwissenschaften bereitgestellt werden. Die Wissenslücken, die ungenügenden Fähigkeiten und Fertigkeiten auf mathematischem Gebiet haben eine hohe Abbrecherquote in den Ingenieurwissenschaften zur Folge. Das birgt Gefahren. Die erste ist der Mangel an Ingenieuren, den wir uns wirtschaftlich nicht leisten können. Die zweite Gefahr ist, dass die persönlichkeitsbildende Komponente der Mathematik fehlt. Die Gesellschaft wird geistig primitiver und in der Folge auch zu einer primitiveren Lebensweise gezwungen sein. Bildung ist die einzige Möglichkeit, unsere Zukunft zu sichern. Jeder von uns muss alles tun, damit das verstanden wird und die Bildung der Jugend als Investition in die Zukunft mit Herz und Verstand umgesetzt wird. In den Schulen, Hochschulen, allen Bildungseinrichtungen, von der Politik und den Medien muss anders als bisher vermittelt werden, dass für das Funktionieren unserer Gesellschaft ein Mehr an Mathematik und Naturwissenschaften von der Grundschule an unbedingt erforderlich ist [6][7].

ZU WENIGE HOCHSCHUL-ABSOLVENTEN?

Der OECD-Bericht *Bildung auf einen Blick 2006* hat die zu geringe Quote der Hochschulabsolventen kritisiert. Dabei sind sehr viele Hochschulabsolventen arbeitslos. Wirklich gebraucht auf dem Arbeitsmarkt werden Menschen, die die Hochtechnologie beherrschen und weiter entwickeln. Tatsächlich geht es nicht nur um Quantität sondern auch um Qualität und die richtigen Fächer. Das wird angesichts der geburtenschwachen Jahrgänge und des Hungers der Wirtschaft nach Technikern schwierig. Man wird in den nächsten Jahren auch an den Hochschulen umdenken müssen. Mit den Studienanfängern, die ein technisches Fach studieren wollen, wird man vorsichtig umgehen müssen.

Das Exmatrikulieren von im Prinzip geeigneten jungen Menschen ist schon bald nicht mehr zu verantworten. Wenn ein Studienanfänger versagt, heißt das nicht, dass er das Ziel nicht erreichen könnte, wenn er besser vorbereitet und leistungsbereit wäre. Das ist eine Reserve, die erschlossen werden muss. Am besten wäre es, wenn man den Spagat schafft, Qualität und Quantität zu steigern. Nur in Ausnahmefällen gelingen die Erhöhung des mathematischen Niveaus und gleichzeitig die Senkung der Abbrecherzahlen [8]. Dazu bedarf es besonderer Methoden und Motivationen. Viele Mathematiker lehnen es zumindest innerlich ab, vor Ungebildeten den Winkelried zu spielen. Im Normalfall lässt sich die Abbrecherquote nur durch Differenzierung der Studenten nach Leistungsvermögen verringern. Fast jeder, der ernsthaft will und damit zu großen Anstrengungen bereit ist, kann den Stoff der Ingenieurmathematik begreifen. Man muss aber genügend Zeit und Betreuung aufwenden. Differenzieren bedeutet in erster Linie Zusatzstunden für Bedürftige.

Das ist personalintensiv und bei schwindenden Mitteln der Hochschulen nicht zu leisten, aber es wird nötig sein, um den mathematischen Standard zu halten. Zusätzlich müssen mehr Stunden pro Woche Mathematik und naturwissenschaftliche Fächer an den Schulen unterrichtet werden. Dann können auch schwächere Schüler soweit gebildet werden, dass sie ein ausreichendes mathematisches Grundwissen sowie gute Fähigkeiten und Fertigkeiten besitzen und einen einfachen technischen Studiengang durchstehen können. Solch eine Wende ist im Moment nicht in Sicht. Statt dessen muss dem negativen Trend entgegen gewirkt werden, der im Abbau von Semesterwochenstunden für Mathematik an den Hochschulen deutlich wird. Das führt zwangsläufig zu einer Senkung des mathematischen Niveaus. Schon heute sind einige Hochschulen, die Ingenieure ausbilden mathematisch auf ein bisher für unmöglich gehaltenes niedriges Niveau gesunken. Deshalb müssen unbedingt Mindestforderungen an die Mathematikausbildung von Ingenieuren gestellt werden, sonst findet ein Wettbewerb nach unten statt. Es kann sich aus Sicht von Hochschulen oder Fakultäten rechnen, die Forderung nach hohen mathematischen Kenntnissen der Ingenieurstudenten zu lockern. Dadurch kann man vielleicht auch schwache Studenten für ein Ingenieurstudium gewinnen. Hinter vorgehaltener Hand kann man damit sogar werben. In einer Situation, in der Nachhaltigkeit keine Rolle spielt, entspricht das der optimalen Strategie auf kurze Sicht. Denn möglichst viele Studenten sind gut für die Hochschule so lange niemand nach dem Niveau fragt. Die Forderung des OECD-Berichts kann man so leicht erfüllen. Insgesamt ist die Entwicklung katastrophal. Die negative Richtung hat einen sich selbst verstärkenden Faktor. Es werden Leute zum Ingenieur ernannt, die auf technischem Gebiet nicht erfinderisch sind. Wenn solche Menschen Verantwortung tragen, können sie sich kaum vorstellen, dass für Innovationen die Mathematik eine direkte und eine nachhaltige Wirkung hat. Woher sollen sie das auch wissen. Ihre Reaktion ist nur auf den unmittelbaren Schein gerichtet und wenig nachhaltig. Die Antwort auf Probleme heißt nicht Innovation sondern Stellenabbau. Die Fehler des Bildungssystems werden sichtbar. Wenn die staatlichen Schulen und besonders die Hochschulen nicht das Niveau ausbauen und gleichzeitig die Absolventenquote erhöhen können, wird das Problemfeld ein gutes Betätigungsfeld für private Einrichtungen. Die Situation ist nicht neu. Neu ist nur, dass die Folgen immer deutlicher in der unübersehbaren Innovationsschwäche der deutschen Wirtschaft zu Tage treten [1]. Diese ist abhängig von Qualifikationsniveau des deutschen Ingenieurnachwuchses. Das muss dem Weltniveau entsprechen, tut es das? Es muss etwas geändert werden.

MATHEMATIK IST ÜBERALL

Mathematik ist überall heißt ein empfehlenswertes Buch von Herrmann [9]. Es beinhaltet erstaunliche Probleme, die man mit gesundem Menschenverstand und Mathematik lösen kann. Sie sind der unmittelbaren Anschauung entnommen und zeigen, dass einfache Anschauung in die Irre führt. Die Lösungen der Probleme sind erst nach einer mathematischen Analyse exakt zu beantworten. Nach dem Duden wurde das Wort Mathematik im 15. Jahrhundert als (ars) mathematica dem Lateinischen entlehnt, das seinerseits aus dem Griechischen mathematike (téchne) übernommen ist. Das zugrunde liegende Adjektiv bedeutet lernbegierig, wissenschaftlich. Nach Galilei (15.02.1564-08.01.1642) ist Mathematik die Sprache, mit der Gott die Welt erfunden hat. Vermutlich hat schon Aristoteles (384-322 v.Chr.) Mathematik so beschrieben, als er Alexander den Großen mit mathematischen Problemen konfrontiert hat. Mathematik ist das beste Verfahren, um komplizierte quantitative Probleme zu formulieren und sie dann auf dem Computer zu simulieren und zu lösen. Die Mathematik hat Anwendungen in praktisch allen Bereichen der Hochtechnologie. Beispiele sind Biotechnologie, Materialwissenschaften, Nanotechnologie, Klima- und Umweltforschung, Kommunikation, Finanzmärkte, Bilderkennung, den Ingenieurwissenschaften, Kosmologie und Quantenphysik [10]. Mathematik dient als Werkzeug zur Erkenntnis auch da, wo man keine Experimente durchführen kann oder will. Mit Hilfe der Mathematik kann man in Bereiche vordringen, in denen die Anschauung versagt. Ohne Mathematik ist keine einzige Hochtechnologie denkbar. Sie ist grundlegend und umfassend, alt und zukunftsweisend, nicht primär auf Anwendung ausgerichtet und wird doch fast überall angewendet. Dazu trägt der Computer in revolutionärer Weise bei. Der Einzug mathematischer Methoden in alle Lebensbereiche und die Mathematisierung der Wissenschaft ist Realität. Mathematik wird selbst zu einer umfassenden Zukunftstechnologie, denn mathematische Erkenntnisse werden immer öfter direkt verwendet, um ökonomischen Nutzen aus ihnen zu ziehen. Jede Hochtechnologie ist eine mathematische Technologie. Die Liste von Zitaten und Anwendungen, die die Bedeutung der Mathematik für eine moderne Gesellschaft unterstreichen, lässt sich beliebig fortsetzen [11-13].

MATHEMATIK FÜR INGENIEURE

Ingenieur stammt etymologisch vom lateinischen Wort Ingenium ab. Später entwickelte sich bei gleicher Bedeutung ingeniös als erfinderisch und schöpferisch. Aus der zentralen Rolle der Mathematik in der Hochtechnologie leitet sich die Bedeutung der Mathematik für die ab, die erfinderisch und schöpferisch mit der Hochtechnologie umgehen wollen. Die Anwendungsgebiete der Mathematik sind sämtlich Einsatzgebiete der Ingenieure, die heute an den Hochschulen ausgebildet werden. Ingenieure sind von Arbeitsfeld- und Arbeitsplatzwechsel sowie von Innovationen sehr stark betroffen. Sie sind gezwungen, sich mit den unterschiedlichsten Aufgabenstellungen auch zu sehr verschiedenen Themen bis hin zu wirtschaftlichen zu befassen. Eine gute mathematische Ausbildung ermöglicht ihnen eine hohe Flexibilität. Wie jeder Mensch, der ernsthaft mit Mathematik in Berührung kommt, spüren Ingenieure, dass Mathematik einen eigenen kulturellen Wert darstellt. Sie bildet die Persönlichkeit und den Verstand und fördert z.B. das Urteilsvermögen. Je mehr man über Mathematik weiß, desto deutlicher erkennt man das. Ingenieure nutzten schon immer die Mathematik. Heute hat das eine neue Qualität. Es wird nicht mehr gebogen und gebrochen, sondern simuliert. Das geschieht mit mathematischen Modellen. Deshalb ist die Mathematik zentraler Bestandteil ihrer Arbeit und Ausbildung. Sie spielt in allen Fächern eine Rolle, nicht nur in der Mathematikvorlesung. Der Wert der Ausbildung eines Ingenieurs ist direkt proportional zur Güte seiner mathematischen Ausbildung. In der Hierarchie der Ingenieure haben die mit dem höchsten Ansehen auch die beste Mathematikausbildung. Sie erzielen die höchsten Gehälter. Unter dem rein egoistischen Standpunkt ist es gut, wenn jeder Mensch erkennt, dass für ihn auf längere Sicht nichts so nützlich für die Arbeit mit Technologie ist wie Mathematik. Oft beklagen gerade die Kollegen aus den Ingenieurdisziplinen die mangelnden Mathematikkenntnisse der Studenten, obwohl diese die Vorlesung *Mathematik für Ingenieure* erfolgreich gehört haben. Gute Ingenieure fordern schon lange eine Erhöhung der Stunden für Mathematik.

MATHEMATISCHE KULTUR DER INGENIEURE

Mathematik ist für Ingenieure weniger eine Wissenschaft als eine Methode. Wenn man sich den Thesen von Schweiger anschließt, liegt eine Kluft zwischen der Mathematik als Technologie und der als Wissenschaft. Ingenieure brauchen Mathematik weniger als Wissenschaft, sondern eher als Technologie und als Werkzeugkoffer [7]. Das ist eine eigene mathematische Kultur. Sie unterscheidet sich stark von der Kultur der Mathematik als Wissenschaft. Im Unterschied zur Mathematik ist die Ingenieurmathematik primär utilitaristisch. Mathematik wird von Ingenieuren als Mittel zum Zweck für ihre Wissenschaft und deren Anwendungsaufgaben angesehen. Man kann nicht voraussetzen, dass sie an Mathematik als Wissenschaft interessiert sind. Mathematische Verfahren müssen brauchbar sein. Sonst sehen sie darin keinen eigenständigen Sinn. Wenn man das berücksichtigt, sind gute Ingenieure sehr große Anhänger dieser Art von Mathematik. Dieser kulturelle Unterschied muss Eingang in die Mathematikaus-bildung von Ingenieuren finden. Das ist noch nicht ausreichend der Fall. Allgemein bedeutet das ein völlig anderes Herangehen an die Ausbildung. Ingenieure sind weniger an den abstrakten Begriffen interessiert als Mathematiker. Sie sind auf eine Anschauung angewiesen.

Das ist die Quelle für die erfolgreiche Umsetzung des mathematischen Apparats in die Praxis. Sehr oft wird deshalb in Lehrveranstaltungen auf den Beweis eines Satzes zugunsten eines veranschaulichenden Beispiels verzichtet. Weiterhin zahlt es sich aus, den

Grundsatz *so viele Verfahren wie möglich, so viel Theorie wie nötig aber nicht weniger*, zu beachten:

- Die Untersuchungen von Ingenieuren haben quantitative Aussagen, also Zahlen zum Ziel. Mathematiker suchen nach exakten Lösungen in Spezialfällen. Damit ist das Problem gelöst. Der Ingenieur ist erst dann zufrieden, wenn er aus der Lösung mit dem Computer Zahlen berechnet hat.
- Beispiel: Wird die lineare Differentialgleichung 2; Ordnung $\ddot{x}+c^2x=0$ behandelt, kann man das Fundamentalsystem {cos(ct), sin(ct)} angeben. Man erhält daraus die allgemeine Lösung x(t)=A cos(ct)+B sin(ct). Nach Bestimmung der Konstanten A und B aus den Anfangsbedingungen findet man die eindeutig bestimmte Lösungskurve. Die Lösungen der homogenen Gleichung bilden einen Vektorraum. Aber was nützt das dem Ingenieur. Er möchte die Position des Pendels für konkretes c zu gewissen Zeitpunkten t wissen und vielleicht das Pendel grafisch schwingen lassen. Das erfordert die Berechnung der Werte von trigonometrischen Funktionen mit dem Computer. Das sind dann wieder Näherungswerte. Da ist der Unterschied zwischen einer exakten Lösung und einer numerisch berechneten nicht mehr so groß;
- Den Mathematiker interessieren allgemeine Eigenschaften auch von Spezialfällen. Die Struktur des Lösungsraums, allgemeine Lösungsbedingungen, Existenz und Eindeutigkeit der Lösung sind Fragen von Interesse. Der Ingenieur braucht die Theorie nur als Basis für seinen eigenen Erkenntnisprozess. Sie ist für ihn ein Mittel zum Zweck und mehr nicht. Er muss reale Situationen, die nicht geschlossen lösbar sind auch rechnen können. Mehr dazu findet man in [14-16]. Beispiel: Für den realen Vorgang der Bewegung eines Fadenpendels ohne Dämpfung ist die angegebene Differentialgleichung schon eine idealisierte Gleichung, denn in die Pendel-gleichung geht der Sinus der Auslenkung x ein: $\ddot{x}+c^2\sin(x)=0$. Diese Gleichung ist nur noch näherungsweise lösbar. Sie kommt der realen Situation schon näher. Wenn man $\sin(x) \approx x$ für kleine x setzt, erhält man die oben betrachtete geschlossen lösbare Gleichung. Aus Sicht des Ingenieurs ist das Beherrschen der zweiten Gleichung viel wichtiger als die schönste Theorie für die erste Gleichung. Sie ist deshalb in der Ingenieurausbildung wichtiger als die andere Gleichung. Man muss den Spezialfall mit der dazu gehörigen Theorie natürlich in der Vorlesung bringen. Für den allgemeinen Fall sollen geeignete numerische Verfahren bekannt sein. Sie müssen mit dem Rechner programmiert werden. Den geschlossen lösbaren Fall kann man zu Vergleichsrechnungen heranziehen;
- Rechenmethoden zur Lösung einzelner Typen gewöhnlicher Differentialgleichungen, Integrationsmethoden wie spezielle Substitutionen, Partialbruchzerlegungen sind als Grundlagenwissen sehr wichtig, stehen aber für Ingenieure nicht an erster Stelle. Diese Rechnungen sind hinreichend aufwendig und werden von Ingenieuren nicht mehr per Hand gerechnet. Wenn sie die mathematischen Verfahren kennen und wissen wozu sie gut sind, reicht es ihnen oft, einen Weg zur Berechnung mit einem CAS-System zu kennen. Im Gegensatz dazu darf der Mathematiker an damit nicht zufrieden sein. Er muss erreichen, dass die zukünftigen Ingenieure in der Lage sind, die CAS-Rechnungen in einfachen Fällen selbst auszuführen. Bei aufwendigen Fällen muss der Ingenieur mindestens die Korrektheit überprüfen können;
- Die Mathematik für Ingenieure ist zweckgebunden. Die für Mathematiker entscheidende Frage ist, ob nicht sogar jeder, der für Nichtmathematiker Mathematik lehrt vollständig in diesem Sinne umdenken muss. Es hat sich gezeigt, dass die Mathematik zu Anerkennung und Wertschätzung aller am besten kommen kann, wenn sie ihren Wert für den Hörer deutlich macht. Das geht aber zunächst nur über den direkten Nutzen. Die impliziten Vorteile erkennen viele erst nach längerer Auseinandersetzung mit der Mathematik.

Viele sehr gute Ingenieure finden im Rückblick, dass die Mathematikvorlesungen zu aufwendig sind. Für ihren Beruf werden sie teilweise als wenig verwendbar eingestuft, denn das was unterrichtet wurde, wurde nicht gebraucht. Das subjektive Empfinden nimmt Lücken im Wissen deutlich wahr. Die große Belastung im Studium durch die Mathematik steht dazu im Widerspruch. Die gut gelegten Grundlagen werden übersehen. Kein hoch qualifizierter Ingenieur wird sagen, dass die Mathematik überflüssig ist, denn er verwendet jeden Tag ausgiebig Mathematik. Aber die Ausbildung entspricht nicht dem, was gebraucht wird. Ich denke, dass es zu große Wissenslücken zur Praxis gibt. Bei ihrer Verkleinerung kann die Berücksichtigung des kulturellen Unterschieds helfen. Es muss uns aber viel mehr interessieren, welche Themen der Mathematik gebraucht werden und welche eher nicht. Das bedeutet nicht, dass ohne weitere Überlegung neue Themen aufgenommen und alte gestrichen werden können. Klar ist, dass niemand vorhersagen kann, welche mathematischen Themen auch aus der Vergangenheit morgen wichtig sind. Das bekannteste Beispiel dafür ist die Zahlentheorie. Sie ist für Verschlüsselungstechniken grundlegend. Die Public-Key-Kryptographie und auch die aktuellere HTTPS-Verschlüsselung wären ohne sie nicht möglich. Das hätte vor einigen Jahrzehnten noch niemand geglaubt. Auch etwas vergessene mathematische Methoden können plötzlich Anwendungen finden. So gewinnen z.B. fraktionale Differentialgleichungen in Physik, Chemie, den Ingenieurwissenschaften und der Finanzwirtschaft in den letzten Jahrzehnten an Bedeutung. Sie dienen unter anderem der Simulation von viskoelastischem Materialverhalten und Verbrennungsprozessen, der Berechnung von Kontaktproblemen und treten in der Signalverarbeitung auf.

EINIGE MATHEMATISCHE INSTRUMENTE

Für Fortschritte in der Technologie ist ein sehr großer Aufwand nötig. Alles wäre noch viel teurer und teilweise unmöglich, könnte man nicht mit geeigneten Modellen die Prozesse und Phänomene simulieren. Untersuchungen an komplexen Modellen sparen sehr viel Geld. Die Fortschritte der Rechentechnik gestatten die Lösung von Aufgaben, die bis vor kurzem als unlösbar angesehen wurden. Mit den bekannten mathematischen Methoden FEM, BEM und Differenzenmethoden werden komplizierte physikalische, technische, wirtschaftliche und biologische Modelle von Ingenieuren gerechnet. Die Finite-Elemente-Methode (FEM) ist die wahrscheinlich am häufigsten eingesetzte Methode zur näherungsweisen Lösung von Problemen, die durch Differentialgleichungen über endlichen Gebieten beschrieben werden können. Dabei wird die Differentialgleichung schwach formuliert und das endliche Gebiet in Teilgebiete zerlegt. Über jedem Teilgebiet wird die Näherungslösung in einem geeigneten endlichdimensionalen Näherungsraum gesucht. Die entstehenden Systemmatrizen sind schwach besetzt (sparse). Es gibt zahlreiche kommerzielle Programme, die zum Einsatz kommen. Die technischen Anwendungen gehen vom Maschinenbau bis zur Luft- und Raumfahrttechnik und zu neuen Materialien [17].

Ein weiteres wichtiges Verfahren zur näherungsweisen Lösung von Differentialgleichungen ist die Randintegral-methode (BEM). Die Differentialgleichung für das Problem wird als Randintegralgleichung formuliert, welche dann meist mit Hilfe der Kollokationsmethode diskretisiert wird. Der Vorteil ist, dass nur der Rand des Gebietes (Oberfläche) und nicht das Innere (Volumen) zerlegt werden muss. Man spart dadurch Aufwand und kann auch unendliche Gebiete behandeln. Die Systemmatrizen sind aber voll besetzt. Bei vielen Formulierungen der BEM treten aufgrund der Verwendung spezieller Fundamentallösungen singuläre Integrale auf. Auch für die BEM gibt es kommerzielle Software. Die Verfahren basieren auf Variationsprinzipien. Die Diskretisierung erfordert die geschickte Auswahl von Ansatzfunktionen und die sinnvolle Verwendung von numerischen Integrationsverfahren. Erwähnt werden sollen auch die bewährten Differenzenverfahren.

Es gibt neuere Aufgaben-stellungen, für deren Lösung verschiedene Rechen-verfahren kombiniert werden. Mit den erwähnten Methoden werden eine Vielzahl von Problemstellungen aus unterschiedlichen Bereichen der Technik im Zwei- und Dreidimensionalen untersucht. Sie sind unverzichtbar geworden und gehören in die Praxis der Ingenieure. Daneben haben viele andere Begriffe und Verfahren der Mathematik Anwendung in den Ingenieurwissenschaften gefunden. Da wir für die Zukunft ausbilden wollen, sollten alle wichtigen mathematischen Methoden und die dazu gehörenden Begriffe wenigstens in ihren einfachsten Varianten Teil der Vorlesung *Mathematik für Ingenieure* sein. Leider ist das nicht der Fall.

VORLESUNG *MATHEMATIK FÜR INGENIEURE*

Mathematik wird von den Studenten der ersten Semester als theoretischer Ballast empfunden, der nur wenig mit der Realität gemein hat. Das liegt für schlecht Vor-gebildete in der Natur der Sache, denn einige theoretische Begriffe sind wenig anschaulich, aber unumgänglich. Im Laufe des Studiums ändert sich die Einstellung nach meiner Erfahrung oft vollständig. Die Studenten erkennen die große Bedeutung der Mathematik teilweise besser als die Vertreter einzelner Ingenieurdisziplinen. Sie sind gern bereit mit und ohne Schein freiwillig zusätzlich Veranstaltungen zu praktischer Mathematik zu besuchen [18]. Es ist jedem klar, dass mehr Mathematik den Wert seiner Ausbildung und damit seinen Marktwert auf dem Arbeitsmarkt verbessert. Mathematik ist ein hohes Kultur- und Bildungsgut, aber eben auch ein Wert, der heute marktgerecht ist. Die Mathematikausbildung ist in diesem Sinne wertbestimmend für die gesamte Ausbildung eines Ingenieurs. Die Ausbildung an den Hochschulen muss eine breite theoretische Basis haben. Die Mathematik gehört dazu und muss als Grundlagenfach sichern, dass der schöpferische Umgang mit der Hochtechnologie möglich wird. Die Technologie darf nicht zu einer Blackbox werden, sonst sind Fehler unvermeidlich. Zusätzlich muss die Ausbildung sehr weit in die technischen Anwendungen gehen, damit man nicht nur theoretisiert. Auch dabei kann eine Mathematikausbildung helfen, die die besondere Kultur der Zweckbindung mathematischer Lehre umsetzt.

FUNDAMENTE LEGEN

Die Vorlesung *Mathematik für Ingenieure* muss dem fundamentalen Charakter der Mathematik gerecht werden. Die Grundlagen müssen eingeführt und einiges muss auch bewiesen werden. Einfache Fälle, die fundamentale mathematische Ideen enthalten, sollte man beweisen. Die fundamentale Idee tritt analog für verschiedene Problemstellungen oder Abstraktionsstufen auf.

Beispiel: Die allgemeine Lösung eines linearen Gleichungssystems ist die Summe aus einer speziellen Lösung und der allgemeinen Lösung des zugehörigen homogenen linearen Gleichungssystems. Wenn man das Wort Gleichungssystem durch Differentialgleichungssystem oder Differenzengleichungssystem ersetzt, gilt dieselbe Aussage. Allerdings hat sich der Kontext sehr verändert.

Beispiel: Die (affine) lineare Approximation ist von fundamentaler Bedeutung in der Mathematik und im Werkzeugkasten der Ingenieure. Die Gerade als Tangente, als abgebrochene Taylorreihe oder als Regressionsgerade. Die lineare Approximation einer nichtlinearen Abbildung von $\mathbf{R}^n \mapsto \mathbf{R}^m$ wird mit Hilfe der Jacobimatrix konstruiert. Für nichtlineare Operatoren zwischen normierten Räumen wird Frechetableitung im analogen Sinn benutzt.

Beispiel: Eine weiteres Verfahren, dass in der Mathematik allgemein verwendet wird, ist die Vereinfachung mathematischer Operationen durch geeignete Transformation. Die für den Logarithmus gültige Gleichung

$$\ln(a \cdot b) = \ln(a) + \ln(b)$$

ermöglicht es, die Multiplikation auf die Addition zurückzuführen. Das war z.B. für Keppler (1572-1630) eine deutliche Erleichterung bei den Berechnungen der Planetenbahnen. Durch Fourier- und Laplace-transformation werden aus Differentiationen im Urbildbereich Multiplikationen im Bildbereich. Damit gehen Differentialgleichungen durch eine Integraltransformation in algebraische Gleichungen über.

Physikalisch ist die Fouriertransformation die Zerlegung von elektromagnetischen Wellen in einzelne Bestandteile fester Frequenz. Diese werden auf ihre Intensität untersucht. Anwendungsgebiete sind Astronomie, Bildverarbeitung, spektroskopische Untersuchungen in allen Wissenschaften. Die Laplacetransformation wird in der Regelungstechnik verwendet, um das Verhalten von Schaltungen zu analysieren. Differentialgleichungen und Differentialgleichungssysteme werden im Bildbereich vereinfacht gelöst. Die Z-Transformation ist eine diskrete Version der Laplacetransformation. Sie ist zur Lösung von Differenzengleichungen mit konstanten Koeffizienten geeignet, die zum Beispiel bei der Berechnung digitaler Filter auftreten. Auch hier wird die Rechnung durch die Transformation vereinfacht.

Bemerkung: Die genannten Beispiele sind am Hochschulstoff orientiert. Wenn man Begriffe für sie nennen möchte, sind für die Beispiele in dieser Reihenfolge Struktur, Approximation und Transformation angebracht. Der Begriff *fundamentale Idee* in der Mathematik ist nicht eindeutig definiert, meint aber Ideen, die hinter der Vielfalt von Begriffen und Sätzen stehen und jedem auf angemessenen Niveau erklärt werden können. Es sind Muster des Denkens, die eine allgemeine Gültigkeit besitzen. Es gibt sie nicht nur in der Mathematik. In [19][20] werden als Beispiele für die Grundschule Zahlen, Symmetrie, Algorithmus, Messung, Näherung, Funktion, Teil-Ganzes-Relation genannt. Sie gelten dementsprechend auch in der Ingenieurausbildung. Weiterführendes dazu findet man in [7][21][22]. Ich halte die Berücksichtigung und Vermittlung dieser Muster in den Vorlesungen aus meinen Erfahrungen heraus für sehr vorteilhaft.

Grundlagen legen, soll aber nicht heißen, dass die zunehmenden Lücken der Schulmathematik neue Lücken in der höheren Mathematik erzeugen dürfen. Der Werkzeugkoffer aus Teilen der höheren Mathematik muss erhalten und vervollständigt werden. Auf der Basis des Elementaren und Fundamentalen wird gegebenenfalls unter Vereinfachungen der Übergang zur höheren Mathematik vollzogen. Man kann auch Schritte akzeptieren, die im Prinzip, aber nicht unbedingt in jedem Detail erklärt werden. In jedem Fall muss die Anschauung, der Sinn und der Zweck belegt werden.

MATHEMATIK IM GESCHICHTLICHEN RAHMEN

Günstig ist eine geschichtliche und eine praktische Einordnung der behandelten mathematischen Begriffe und Sätze. Mathematische Fortschritte sind sehr oft aus konkreten Anwendungsproblemen entstanden. Erst im Laufe der Zeit haben sich die exakten Begriffe entwickelt. Diese Entwicklung gestattet eine besonders gute Einsicht in fundamentale Ideen, die zur Erkenntnis führten. Das Erkennen wird als Prozess sichtbar.

Beispiel: Determinanten sind für die Lösung linearer Gleichungssysteme von Leibnitz 1678 unter der Bezeichnung Resultante verwendet worden. Er kannte die Cramersche Regel, die Cramer 1750 noch einmal erfand. Weitere Namen, die mit gewissen Eigenschaften der Determinante und der Berechnung von Determinanten verbunden sind, sind Vandermonde (1771); Laplace (1772), Lagrange. Jacobi verhalf der Determinante ab 1830 zum Durchbruch. Sie wurde zu einem wichtigen Hilfsmittel der Mathematiker in der Algebra, der Geometrie und der Analysis. Matrizen traten erst um 1850 im Zusammenhang mit linearen Abbildungen auf. Heute wird die Determinante in der Ingenieurmathematik als eine Zahl eingeführt, die auf eine genau festgelegte Weise einer gegebenen quadratischen Matrix zuordnet wird.

Mathematik ist kein endgültig fertiger Lernstoff, sondern eine lebendige Wissenschaft. Der Student soll daran den kulturellen Zusammenhang und die Verbindung der Mathematik zur Entwicklung der Technik und des gesellschaftlichen Fortschritts erkennen. Die Mathematiker werden als Personen in ihrer Zeit wahrgenommen. Der menschliche Gesichtspunkt verleiht dem abstrakten Satz einen positiven Bezugspunkt. Das hilft beim Erkennen und Anerkennen der wissenschaftlichen Leistung der Mathematiker.

Beispiel: Die exponentielle Darstellung von komplexen Zahlen ist für die Studenten schwer verständlich. Sie ist sehr nützlich und folgt mit der Eulerschen Formel aus der trigonometrischen Darstellung. Viele Ergebnisse von Euler (1707-1783) sind in der Physik, Astronomie, Optik und Mechanik zu finden. Er hat umfangreiche Leistungen auf allen mathematischen Gebieten vollbracht. Die Mathematik war bei ihm vorwiegend technisch und physikalisch motiviert. Er hat mathematische Werkzeuge, wie Reihen und Variationsrechnung weiterentwickelt. Seine Leistung ist noch erstaunlicher, wenn man bedenkt, dass er lange vor seinem Tode erblindet ist. In diese Zeit fallen grundlegende mathematische Werke. Vielleicht erkennt der eine oder andere darin etwas Vorbildliches.

Die positivere Einstellung zum mathematischen Sachverhalt kann zum Studienerfolg beitragen. Es gibt zu zahlreichen anderen bekannten Mathematikern einiges zu sagen. Man denke an Pascal (1623-1662), der sehr religiös und einer der bedeutendsten Mathematiker und Physiker war. Er hat auch die Zweckmäßigkeit des Glaubens an Gott als optimale Strategie (Pascalsche Wette) nachgewiesen.

COMPUTER EINBEZIEHEN

Da Ingenieure an Zahlen mehr als an Theorien interessiert sind, ist der Computer ihr wichtigstes Hilfsmittel. Ein Computeralgebrasystemen (CAS) muss in die Lehrveranstaltung einbezogen werden, da die Nutzung von CAS den Absolventen enormen Nutzen im Beruf bringt. Der Computer kann auf verschiedenen Anforderungsstufen sinnvoll eingesetzt werden. Als Rechenhilfe und Formelmanipulator kann er Fähigkeiten und Fertigkeiten ersetzen, die früher für Ingenieure sehr wichtig waren. Es findet eine Verschiebung weg vom Rechnen per Hand hin zu einer Nutzung des CAS. Dazu sind andere Fertigkeiten zu erlernen. Naive glauben, sie müssten über Mathematik nicht mehr so viel wissen wie früher. Das Gegenteil ist der Fall, wenn man den Rechner nicht als Blackbox nutzen will.

Man kann kein Wissen einsparen, wenn man den Rechner sinnvoll einsetzen möchte. In den Vorlesungen können mit dem CAS weit mehr und auch komplizierte praxisnahe Beispiele gezeigt werden. Das ist vorteilhaft, doch die damit verbundenen Probleme erfordern mehr Wissen als einfache Vorlesungsbeispiele. Es kommen also neue Wissensfelder hinzu ohne das alte einfach wegfallen können. Wenn die Studenten selbst programmieren sollen, brauchen sie enorme Fähigkeiten, Fertigkeiten und weiteres Wissen dazu. Der Computer gestattet bei sinnvollem Einsatz die Steigerung des Niveaus der Lehrveranstaltung. Das erfordert einen großen Zeitaufwand, hat aber ungeahnte Vorteile. Der Computer bestraft jeden Fehler und schafft so eine neue Qualität des Verstehens eines Verfahrens. Aber es gibt auch Nachteile. Es kommt normalerweise zu einer stärkeren Differenzierung der Studenten. Interessierte können ihre Fähigkeiten, Fertigkeiten und ihr Wissen stark erweitern, während passive Studenten keine Fortschritte erzielen können. Der Einsatz des Rechners in Lehrveranstaltungen ist ein aktuelles Forschungsthema vieler Mathematiker, die mit der Ausbildung von Ingenieuren beschäftigt sind [23].

ALLGEMEINE FORDERUNGEN

Das Ziel der Ausbildung muss fundiertes mathematisches Wissen sein. Es kann nicht nur um eine mathematische Werkzeugkiste gehen. Man muss als Verantwortlicher für die Lehrveranstaltung aber darauf achten, den spezifischen Anforderungen der Mathematik für Ingenieure als eigene mathematische

Kultur genügend Rechnung zu tragen. Das ist ein Spannungsfeld. Allgemeine Funktionen und Ziele der Mathematikausbildung für Ingenieure sind (vergleiche [24]):

1. Es muss ausreichend mathematisches Expertenwissen für die berufliche Tätigkeit bereitgestellt werden;
2. Die Fähigkeit zum selbständigen Erwerb von neuen Erkenntnissen soll erreicht werden;
3. Wissen, Fertigkeiten und Fähigkeiten sind als Einheit zu vermitteln;
4. Eigener Erkenntnisgewinn der Studenten ist wichtiger als einfaches Erlernen;
5. Der induktive Erkenntnisweg muss gegenüber der deduktiven Methode bevorzugt werden;
6. Die Praxistauglichkeit der mathematischen Verfahren muss veranschaulicht werden;
7. Realitätsnahe Beispiele sollten von den Studenten mit Hilfe von selbst entwickelten Programmen gerechnet werden.

MINDESTFORDERUNGEN

Eine Betrachtung der Punkte lässt vermuten, dass nur wenige Vorlesungen den Ansprüchen genügen. FEM, BEM und Differenzenverfahren sind Begriffe aus der Ingenieurpraxis. Aber in einer Vorlesung *Mathematik für Ingenieure* kommen sie nicht vor. Damit ist der erste Punkt der Aufzählung nicht erfüllt. Er ist auch kaum erfüllbar, denn es werden Stunden für Mathematik an verschiedenen Hochschulen gekürzt, obwohl die Studenten bei Studienbeginn tendenziell eine immer schlechtere mathematische Vorbildung haben.

Das ist kein Wunder, da auch in den Schulen der Mathematikanteil stark reduziert wurde. Insofern sind Standards zur Abgrenzung nach unten wichtig. Man braucht über die Minimalstandards nicht streiten, denn jeder Lehrende kennt sie. Standard ist Analysis I, II und Lineare Algebra und Geometrie in der Vorlesung *Mathematik für Ingenieure*. Die Themen sind unverzichtbar. Die Kerninhalte sind seit Jahrzehnten konstant. Wer diesen Lehrstoff nicht vermittelt und durch Prüfungen absichert, bildet keine guten Ingenieure aus. Als Minimum der Vorlesung *Mathematik für Ingenieure* müssen 12-15 SWS Mathematik für Ingenieure angesehen werden. Zusätzlich dazu muss Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik gelesen werden.

AUSBILDUNG IST UNZUREICHEND

Die Kluft zwischen der Ausbildung von Ingenieuren und den Anforderungen der Praxis an Ingenieure wird international als Problem erkannt [15][16]. Das UNESCO International Centre for Engineering Education (UICEE) mit dem Gottlob-Frege-Zentrum Wismar als Satellitenzentrum hat Förderung und Internationalisierung der Ingenieurausbildung und -ausbildungsforschung als ein Ziel [25][26]. Die Modernisierung der Ausbildung will die Europäische Gesellschaft für Ingenieur-Ausbildung (SEFI) erreichen. In der offiziellen Zeitschrift von SEFI, dem European Journal of Engineering Education werden Beiträge zu diesem Thema veröffentlicht. Die Arbeitsgruppe Mathematik (MWG) des SEFI wie auch das Gottlob-Frege-Institut Wismar will mit Workshops und Publikationsreihen die mathematische Ausbildung stärken [27].

Zu Viel Schulstoff

Viele Teile der Vorlesung *Mathematik für Ingenieure* decken sich mit dem Schulstoff. Beispiele findet man in der Analysis und der linearen Algebra. Die eingeklammerten Begriffe wurden in Mecklenburg-Vorpommern bisher nur im Leistungskurs behandelt. Durch die gerade erfolgte Einführung der Hauptfächer mit 4 Stunden Mathematik pro Woche sollen alle Schüler diese Begriffe und Methoden kennen:

- Analysis I: Zahlenfolgen, Zahlenreihen, Grenzwert von Zahlenfolgen, Grenzwert von Funktionen, Stetigkeit, Differenzierbarkeit, Ableitung, Kurvendiskussion, (Regel von de L'Hospital), elementare Funktionen: ganzrationale, gebrochenrationale Funktionen, Exponential- und Logarithmusfunktion, (Winkelfunktionen) , Integral, (partielle Integration, Substitutionsmethoden), Flächenberechnung (Volumen von Rotationskörpern);
- Lineare Algebra und Geometrie: Geraden-, Ebenengleichungen und Lagebeziehungen, Skalarprodukt, (Vektor- und Spatprodukt), (Gaußscher Algorithmus).

Zu Wenig Höhere Mathematik

Andererseits fehlen Vorlesungsteile, die zwar für Mathematiker und Physiker gehalten werden, nicht aber für Ingenieure. Die oft verwendeten Methoden Differenzenverfahren, FEM und BEM fallen für den Ingenieur in der Ausbildung in den Ingenieurfächern oder in der Praxis vom Himmel. Sie werden dann rein aus Anwendersicht betrachtet. Die kommerzielle Software ist eine Art Blackbox. Woran liegt es, wenn das gekaufte Programm falsche Ergebnisse bringt? Warum ist die Steifigkeitsmatrix singulär? Sind die Ergebnisse verlässlich? Kann man vielleicht geschlossen lösbare

Spezialfälle finden, die eine Verifizierung der Methode ermöglichen? Die Fragen sind leichter zu beantworten, wenn man die mathematischen Grundlagen der Verfahren kennt. Deshalb muss das wichtigste Verfahren zur näherungsweisen Lösung von Gleichungen der mathematischen Physik, die FEM in der Mathematikvorlesung behandelt werden. Die fehlenden Verbindungen zum Vorlesungsstoff müssten hergestellt werden. Für einfache Aufgaben sollten die Studenten selbst Programme schreiben. Einige, eventuell nicht überall, fehlende Begriffe und Verfahren sollen angegeben werden:

- Systeme gewöhnlicher Differentialgleichungen;
- numerische Methoden zur Lösung von Systemen von gewöhnlichen Differentialgleichungen;
- partielle Differentialgleichungen;
- numerische Verfahren zur Lösung partieller Differentialgleichungen;
- Verfahren zur Eigenwertberechnung;
- Lösung (großer) linearer Gleichungssysteme;
- Funktionentheorie;
- mathematische Voraussetzungen: quadratische Formen, spezielle Matrizen: positiv definite, positive, Oszillationsmatrix, schwach besetzte (tridiagonale), diagonal dominante Matrix, M-Matrix, Matrixnormen, Kondition, Fehleranalyse, numerische Integration ein- und mehrdimensional zur Berechnung der Systemmatrizen, Integration singulärer Integrale, numerische Lösung der Randintegralgleichungen, Distributionen, Variationsprinzipien.

Die Liste kann fortgesetzt werden. Sie kann heute unmöglich im gegebenen Zeitrahmen abgearbeitet werden. Auch wenn man sich z.B. auf FEM und das erforderliche Umfeld fokussiert, wird man viel mehr Zeit als gegenwärtig zur Verfügung steht benötigen. Viele der Themen können bisher nur in Zusatzkursen angeboten werden. Es gibt es zahlreiche Initiativen an verschiedenen Hochschulen, um dem Mangel Herr zu werden. In Berlin wird nachgewiesen, dass man mit motivierten Studenten den Standardstoff der Vorlesung *Mathematik für Ingenieure* in einem Semester abhandeln kann [27]. In Rostock gibt es einen Ergänzungskurs zur Ingenieur- und Wirtschaftsmathematik von 4 SWS für freiwillige Hörer. Dort werden Methoden der höheren Mathematik zur numerischen Lösung von Systemen linearer und nichtlinearer Gleichungen angeboten [19]. Integraltransformationen und die FFT sind im Programm. Brückenkurse zum Studienbeginn gibt es an vielen Einrichtungen, aber gerade diejenigen, die die Hilfe am dringendsten brauchen, nehmen dieses Angebot nicht an [4][28].

GIBT ES ZEITRESERVEN IN DEN VORLESUNGEN?

Die Lücke zwischen den Anwendungen und der Hochschulmathematik kann nur mit viel mehr Zeit für Mathematik geschlossen werden. Das sollte schon in der Schule anfangen. Das Herunterfahren von Unterrichtsstunden für Mathematik und Naturwissenschaften kann man meiner Meinung nach nur als vorsätzlich destruktiv oder dumm bezeichnen.

Wenn sich in der Schule nichts ändert, wird das Doppelte an Zeit für die Mathematikausbildung von guten Ingenieuren an den Hochschulen benötigt. Das werden wir nicht so schnell bekommen, obwohl ein Umdenken beginnt und die Mängel in der Ausbildung an den auftretenden Folgen erkannt werden. Die Lehrveranstaltungen werden sich ändern müssen. Die alte Vorlesung mit Tafel und Kreide mit dem Schwerpunkt Analysis I und linearer Algebra etwas über dem Schulstoff ist schon gestorben. Es muss alles getan werden, um die Lücke zur Ingenieurforschung zu verkleinern.

Das geht zunächst einmal nur durch die Einsparungen an Aufwand und Aufnahme neuer Stoffeinheiten. In den Vorlesungen muss mehr als bisher gewichtet werden. Was ist unverzichtbares Basiswissen, was ist nötiges Expertenwissen für Ingenieure, was dient dem Hintergrundwissen und was ist nicht nur Ausbildung sondern Bildung? Das Basiswissen wird meiner Meinung nach in allen Hochschulen ausgiebig behandelt. Eventuell kann man dort vorsichtig Zeit sparen, wenn man den Computereinsatz als Hilfsmittel einbezieht. Für das Expertenwissen ist die Tauglichkeit in der Ingenieurpraxis das Hauptkriterium. Hintergrundwissen ist eher der Bildung als der Ausbildung zuzurechnen. Es geht deutlich über den Prüfungsstoff hinaus und soll vorrangig die sehr guten Studenten informieren und ansprechen. Sie ziehen ein großen Nutzen aus den Hintergrundinformationen. Diese Vorlesungsteile müssen deutlich zu erkennen sein. Im Skript muss man sie markieren. Wenn man den kulturellen Unterschied zwischen der Mathematik und der Ingenieurmathematik sinnvoll berücksichtigt, lässt sich auch bei manchem Schritt Zeit einsparen. Neben den allgemeinen Ratschlägen, können einige Schritte vorgeschlagen werden. Dazu muss man über konkrete Inhalte der Vorlesungen *Mathematik für Ingenieure* reden. Teilweise können sie zur Folge haben, dass sehr viele Studenten kapitulieren. Das ist nicht gewollt, denn gleichzeitig muss die Absolventenzahl steigen. Die Vorschläge zur Einsparung von Zeit sind viel schlechter als die Vergrößerung der Zahl der Semesterwochenstunden für Mathematik:

- Es gibt Inhalte, die von Ingenieuren so wie sie gelehrt werden, nicht gebraucht werden. Ein bisher vernachlässigter Gesichtspunkt ist heute wichtiger und sollte in den Vordergrund treten. Beispiel: Determinanten werden im Zusammenhang mit Matrizen eingeführt. Wenn man Determinanten nur als Rechenübung zur Berechnung von Determinanten nutzt, kann man sie auch weglassen. Zur Lösung von linearen Gleichungssystemen ist die Determinante einmal erfunden worden. Dazu wird sie in der Ingenieurmathematik nicht mehr gebraucht. Sie wird z.B. für die Transformation von mehrdimensionalen Integralen, als Wronski-Determinante und mit Einschränkungen als charakteristisches Polynom zur Eigenwertberechnung von Matrizen verwendet. Man kann für die genannten Anwendungen den Begriff Determinante umgehen [29]. Die Determinante als Volumenfunktion ihrer Vektoren, ist für Ingenieure wichtig, wird aber nur selten oder nur in Spezialfällen angeboten. Determinanten haben zahlreiche Anwendungen in der Geometrie, die aber nicht behandelt werden. Das sollte geändert werden;
- Einige Begriffe müssen zwar gelehrt, aber nicht mehr so geübt werden. Sie müssen bekannt sein, aber die Rechnung kann der Computer mit einem CAS übernehmen. Beispiel: In den Vorlesungen werden zahlreiche Methoden zur Integration von Funktionen einer reellen Veränderlichen gelehrt. Beispiele sind Methoden zur Integration rationaler Funktionen und von Ausdrücken, die sich durch spezielle Substitutionen darauf zurückführen lassen. Das Einüben dieser Techniken nimmt viel Zeit in Anspruch. Es kann bei mangelnder Zeit verkürzt werden, denn niemand rechnet die Integrale per Hand aus, wenn er mit dem CAS umgehen kann. Die Verfahren müssen meiner Meinung nach aber erwähnt und vorgerechnet werden, damit der Ingenieur die Aufgabe im Prinzip lösen kann und versteht, was er vom CAS rechnen lässt. Das trifft besonders auf Teile des Abschnitts Analysis I zu. Leider kann der Rechner das unver-zichtbare Basiswissen nicht ersetzen. Das Üben dient den Fertigkeiten und die werden durch die neue Technik nicht mehr im gleichen Maß wie früher benötigt;
- Im Abschnitt Analysis II werden Inhalte behandelt für die es günstig ist, verwandte Begriffe aus dem Abschnitt Analysis I noch einmal zu rekapitulieren. Wenn die wiederholten Begriffe schon zum Schulstoff gehören und auch noch Spezialfälle der allgemeineren Begriffe sind, braucht man sie in Analysis I nur zu nennen. Beispiel: Die Behandlung der partiellen Ableitung erfordert die Erwähnung der Ableitung von Funktionen einer Variablen, die sich umgekehrt als Spezialfall der partiellen Ableitung ergibt. Analog kann man Tangentialebene und Tangente in einen Zusammenhang bringen. Das separate Einführen der Ableitung und der Tangente im Abschnitt Analysis I ist aus Hochschulsicht überflüssig. Insbesondere besteht der Vorlesungsabschnitt Analysis I zu Teilen aus Schulwissen. Bisher wird Differential- und Integralrechnung von Funktionen einer Veränderlichen relativ unabhängig von den Vorleistungen der Schule behandelt. Das ist gut, aber der Startpunkt am unteren Niveau ist meiner Meinung nach falsch. Er kostet Zeit und demotiviert die Studenten, die den Stoff schon kennen. Die anderen sind dadurch auch nicht motiviert. Besser ist es, den Studenten zu sagen, was man als bekannt annimmt. Hier ist ein großes Potential zum Sparen von Zeit und Aufwand für Vorlesungen an Universitäten.

Einige Verfahren und Methoden sind kritisch, denn sie sind mit dem Computer mindestens für große Probleme nicht effektiv oder führen sogar zu Fehlern. Es sei A eine (n,n)-Matrix, P eine Permutationsmatrix, Q eine orthogonale, L eine linke und R eine rechte Dreiecksmatrix. Es wird das kritische Verfahren aufgeführt und nach dem Bindestrich die bessere Alternative genannt.

- Cramersche Regel Faktorisierung PA=LR;
- Matrixinversion Faktorisierung PA=LR;
- Ausgleichsprobleme mittels Normalengleichung - QR-Zerlegung für rechteckige Matrizen;
- Berechnung der Eigenwerte mit dem charakteristischen Polynom – Unterscheidung in vollständiges oder partielles Eigenwertproblem mit jeweils geeigneten Verfahren.

Die kritischen Verfahren waren bisher Standard in den Vorlesungen. Der Computer gestattet die Berechnung von Systemen mit vielen Gleichungen. Deshalb ist es besser, die kritischen Verfahren durch die vorgeschlagenen zu ersetzen. Aber das kostet auch Zeit.

GRUNDAUFGABEN

Wenn man Zeit spart, kann man einige Themen ausdehnen. Dazu gibt es Vorschläge, die sich an Aufgaben der Ingenieure orientieren, die ich Grundaufgaben nennen möchte. Die mathematischen Inhalte der Vorlesungen sollten möglichst viele dieser Aufgaben unterstützen. Das geht am besten, wenn man sich von konkreten Ingenieuraufgaben unabhängig macht. Deshalb wird eine allgemeine Überlegung vorangestellt. Ein Problem wird modelliert und als Gleichungssystem formuliert. Die Gleichungen können Differential-, Integral-, Differenzengleichungen oder Extremwertaufgaben sein. Sie sind linear oder nichtlinear. Nach einer geeigneten Diskretisierung und einer Linearisierung erhält man ein mit dem Computer lösbares Problem (Rechenmodell), das eine Näherungslösung zum ursprünglichen Problem liefert. Dabei treten einige Aufgaben sehr oft auf. Es handelt sich fast ausschließlich um Systeme von teilweise sehr vielen Gleichungen. Die Schwierigkeiten wachsen mit der Dimension des Systems. Die Beispiele dazu haben wenig mit bisherigen Vorlesungsbeispielen zu tun. Die Matrix ist ein zentraler Begriff geworden. Die Ingenieure müssen heute mehr über Matrizen lernen als früher. Spezielle Matrizen treten häufig auf und haben Eigenschaften, die die Arbeit mit großen Systemen leichter macht.

Hier sollen einige Grundaufgaben aufgezählt werden. Es ist klar, dass es unmöglich ist, alle genannten Verfahren in den Lehrveranstaltungen zu berücksichtigen:

- Lineare Gleichungssysteme: Sie ergeben sich z.B. bei der Diskretisierung von Differentialgleichungen. Oft treten spezielle Matrizen wie hermitische, positiv definite, und schwach besetzte Matrizen auf. Die Lösung des linearen Gleichungssystems stellt bei großen Matrizen eine Herausforderung dar. Man ist auf Verfahren angewiesen, die kaum behandelt werden: L-R-, Q-R-Zerlegung, Cholesky-, CG- und SOR-Verfahren;
- Große Eigenwertaufgaben ergeben sich bei der Lösung von homogenen Differentialgleichungen. Das Eigenwertproblem wird in den Vorlesungen mit Hilfe des charakteristischen Polynoms behandelt. Das ist nur für kleine Probleme brauchbar. Für große Matrizen versagt die Methode. Damit kann kein Ingenieurabsolvent ein Eigenwertproblem für eine (100,100)-Matrix lösen. Bei Systemen ab einer gewissen Größe ist man auf bekannte Algorithmen angewiesen (z.B. Wilkinson, Householder, Hyman, von Mises-Verfahren). Auch hier spielen spezielle Matrizen (Hessenbergform, symmetrische Matrix) und verwandte Begriffe diagonalisierbare Matrix, normale Matrix eine große Rolle. In der Stabilitätsanalyse von Differentialgleichungen benötigt man nur Abschätzungen von Eigenwerten. Bei der Untersuchung dynamischer Systeme ist der kleinste Eigenwert interessant. Hier muss man nicht das vollständige Eigenwertproblem sondern das partielle Eigenwertproblem lösen. Dafür gibt es eigene Verfahren (Wielandt). Auch verallgemeinerte Eigenvektoren und die Haupträume sind den Studenten unbekannt. Es treten in technischen Anwendungen verallgemeinerte Eigenwertprobleme auf. Für gegebene Matrizen A und B sind Zahlen λ und Vektoren x gesucht, die der Gleichung $A x = \lambda B x$ genügen. In der Statik treten quadratische Eigenwertprobleme auf, die in keiner Ingenieurmathematik behandelt werden;
- Kleinste-Quadrate-Näherung: Dieses Problem tritt auf, wenn die Daten vieler Messungen aus experimentellen Untersuchungen durch eine Kurve angenähert werden sollen. Das führt auf überbestimmte Gleichungssysteme. Wenn diese Aufgabenstellung in der Ingenieurmathematik überhaupt behandelt wird, lernt man die Normalgleichungen aufzustellen. Das ist ein für große Systeme ungeeignetes Verfahren, da die Kondition oft sehr schlecht wird. Man kann auch für überbestimmte Systeme, also rechteckige Matrizen eine Q-R-Faktorisierung angeben. Die Multiplikation mit orthogonalen Matrizen lässt die Kondition unverändert. Deshalb ist dieses Verfahren wesentlich besser als das Aufstellen der Normalengleichungen;
- Nichtlineare Gleichungssysteme: Zur Lösung eines nichtlinearen Gleichungssystems werden oft Linearisierungsverfahren, wie z.B. das Newton-Verfahren eingesetzt. Bei so einem Verfahren ergibt sich eine Folge von linearen Gleichungssystemen.

Die Grundaufgaben sind nur mit sehr viel mehr Zeit zu behandeln. Sie sind aber aus dem Blickwinkel des Ingenieurs sehr nützlich. Es gibt weitere mathematische Themen, die für Ingenieure äußerst nützlich sind. Dazu gehört Stochastik, die aber oft in separaten Lehrveranstaltungen sehr gut vertreten ist. Daneben darf die diskrete Mathematik nicht vergessen werden, die für die Informatiker von großem Wert ist. Ingenieure sind oft mit den Aufgaben aus dem Informatikbereich betraut, denn viele Produkte der Industrie- und Konsumgüterindustrie sind heute mit Software ausgestattet (embedded Software).

Die Analysis braucht deutliche Erweiterungen auf Analysis III, z.B. zur Behandlung der mathematischen Hintergründe der FEM. Die Methode selbst ist nicht so schwer zu verstehen. Die Verfahren FEM, Differenzenverfahren und BEM gehören in die Grenzgebiete numerische Mathematik und Analysis. Auch hier besteht Zeitbedarf.

MEHR LINEARE ALGEBRA

Die Grundaufgaben treten immer auf, egal welche konkrete Gleichung vorliegt und wie diskretisiert wurde. Sie erfordern eine Erweiterung der Kenntnisse über Matrizen. Die lineare Algebra muss ausgedehnt werden. Sie ist Grundlage vieler praxisrelevanter mathematischer Methoden. Beispiele sind Interpolation, ökonomische Modelle, globale Ortungssysteme und Kryptologie. Weitere Anwendungen sind Populationsentwicklungen, Computergrafik und dynamische Systeme. Die lineare Algebra ist gut verständlich und hat einen systematisierenden Charakter. Sie gestattet einheitliche Betrachtungen und Methoden für scheinbar sehr verschiedene mathematische Fragestellungen wie die allgemeine Lösung von linearen Gleichungssystemen,

Differentialgleichungssystemen und Differenzengleichungen. Das Verständnis von schwierigen mathematischen Zusammenhängen wird erleichtert. Die Vertiefung der linearen Algebra hilft Zeit zu sparen, wie das Beispiel der Kurven- und Oberflächenintegrale aus zeigt [10]. Die Überschneidung der linearen Algebra mit der Numerik für die Grundaufgaben und zusätzlich mit der Analysis für die FEM, ist für Themen der höheren Mathematik normal. Aus meiner Sicht sollte die lineare Algebra als zentral angesehen werden. Wegen der vielen praktischen Anwendungen erreicht man in diesem Abschnitt die größten Erfolge. In der Ausbildung von Ingenieuren und Naturwissenschaftlern ist die zentrale Bedeutung der linearen Algebra nicht ausreichend berücksichtigt. Deshalb wird angeregt, die lineare Algebra in der Lehre höher zu gewichten [30-32].

ZUSAMMENFASSUNG

Es sollen jetzt verschiedene Gedanken zu diesem Thema zusammengetragen werden. Jeder einzelne liefert einen Punkt zur These, dass die mathematische Ausbildung an den Hochschulen und Schulen deutlich ausgebaut werden muss. Es sollen einige Punkte zusammengefasst werden:

- Die Absolventenquote muss bei dem Mangel an Ingenieuren angesichts der schwachen Jahrgänge deutlich erhöht werden;
- Die Schule muss durch Erhöhung der Stundenzahlen für Mathematik zur Steigerung des Ausgangsniveaus beitragen. Das Basiswissen der Abiturienten muss erweitert und zuverlässig verfügbar sein;
- Die klassische Vorlesung mit den Abschnitten Analysis I, Analysis II und Lineare Algebra und Geometrie bewegt sich nach heutigen Anforderungen oft an der Grenze zu den Mindestanforderungen [33];
- Die Lücken zwischen der Vorlesung *Mathematik für Ingenieure* und den Anforderungen der Forschung und der Praxis der Ingenieure müssen verkleinert werden. Wenn man nicht mehr Zeit hat, muss man sich von elementaren Teilen des Stoffes trennen. Dabei kann die Rechentechnik helfen. Bei der Erweiterung der Vorlesungen sind zunächst die oben eingeführten Grundaufgaben der Ingenieure zu berücksichtigen [34];
- Die besondere mathematische Kultur der Ingenieure muss mehr als bisher berücksichtigt werden. Mathematik dient für Ingenieure einem Zweck. Es ist günstig, sich von den Spezialfällen zu lösen. Gebraucht werden Verfahren und Methoden, die allgemeingültig sind und praxisnahe Aufgaben zuverlässig lösen. In den Vorlesungen muss mehr als bisher zwischen Hintergrund-, Basis- und Expertenwissen unterschieden werden. Es muss klar sein, dass nicht nur Ausbildung sondern Bildung gewährleistet ist.
- Der Einsatz von Matlab oder Maple erleichtert das Verständnis von Mathematik im Vergleich zum abstrakten theoretischen Vorgehen. Computer zu verwenden, erfordert viel Zeit, hilft aber auch an anderer Stelle Zeit zu sparen. Der Computer ist ein Hilfsinstrument, das nicht nur Vorteile hat [35];
- Die lineare Algebra gehört für eine moderne Vorlesung *Mathematik für Ingenieure* ins Zentrum. Sie ist eine Klammer zwischen Analysis und Numerik und hat zahlreiche praxisrelevante Anwendungen. Die eingeführten mathematischen Verfahren sollen mit einem CAS nachvollzogen und wenn nötig programmiert werden.

Ein Mehr an Mathematik verbessert das Leben und die Zukunftschancen unserer Gesellschaft [36]. Die bisher sichtbaren Folgen des Abbaus von Mathematik in den letzten Jahrzehnten mit dem Kompetenzverlust in verschiedenen Bereichen der Hochtechnologie werden sich ständig schneller verschärfen. Dem muss schnell entgegengewirkt werden. Weiterer Abbau von Mathematik bedeutet die Verabschiedung jeder Möglichkeit, mit Hochtechnologie die Zukunft selbst zu gestalten. Das wird dann noch ganz andere Folgen für uns haben.

REFERENZEN

1. Krätzig, W.B., Zeit und Training: Gedanken zur Ingenieurwissenschaftlichen Ausbildung an den

Universitäten. *Technik und Wissenschaft in Forschung und Lehre*, 1, 7-10 (1997).

2. Bauer, H., Zum Mathematikunterricht an Gymnasien. Denkschrift der DMV 1976, http://www.didaktik.mathematikuni-wuerzburg.de/gdm/stellungnahmen/1997a.doc
3. Berger, M. und Schwenk, A., Mathematische Grundfertigkeiten der Studienanfänger der Technischen Fachhochschule Berlin und der Schüler der Bertha-von-Suttner-OG Berlin. *Global J. Engng. Educ.*, 5, **3**, 251-258 (2001).
4. Berger, M. und Schwenk, A., Zwischen Wunsch und Wirklichkeit. Was können unsere Studienanfänger wirklich? *Die Neue Hochschule*, 2, 36-40 (2006).
5. Berggren, K.-F., Brodeur, D., Crawley, E.F., Ingemarsson, I., Litant, W.T.G., Malmquist, J. und Östlund, S., CDIO: an international initiative for reforming engineering education. *World Trans. on Engng. and Technology Educ.*, 2, **1**, 49-52 (2003).
6. Schwill, A., Fundamentale Ideen der Informatik. *ZDM*, 1, 20-31 (1993).
7. Schweiger, F., Nochmals: Fundamentale Ideen der Mathematik. *Klagenfurter Beiträge zur Didaktik der Mathematik*, 4, 205-208 (2006).
8. Beutelsbacher, A., Eine Gleichung ist keine Schikane. Die Welt vom 15.09.06, 5 (2006).
9. Herrmann, N., *Mathematik ist Überall*. Oldenbourg: Wissenschaftsverlag GmBH (2005).
10. Angewandte Mathematik in unserer sich rasch wandelnden Welt, http://www.uni-protokolle.de/nachrichten/id/76652/
11. Pesch, H.J., Wieviel Mathematik braucht ein Hai? Wieviel eine zukunftsorientierte Gesellschaft? *Spektrum* 1, 69-71 (2006).
12. Schott, D. und Grünwald, N., Gottlob-Frege-Zentrum und Reform der Mathematikausbildung. *Global J. Engng. Educ.*, 5, **3**, 235-243(2001).
13. Schott, D. und Grünwald, N., World Mathematical Year 2000: Challenges in revolutionising mathematical teaching in engineering education under complicated societal conditions. *Global J. Engng. Educ.*, 4, **3**, 235-243 (2000).
14. Enelund, M. und Larsson, S., Development of a new computational mathematics education for the mechanical engineering program at Chalmers University of Technology. *2. Inter. CDIO Conf.*, Lindköping, Sweden (2006).
15. Reforming Engineering Education: the CDIO™ Initiative, http://web.mit.edu/aeroastro/academics/cdio.html
16. Schweiger, F., Fundamentale Ideen. Eine geisteswissenschaftliche Studie zur Mathematik. *JMD*, 13, 199-214 (1992).
17. Pesch, H.J., Schlüsseltechnologie. Einblicke in aktuelle Anwendungen der Mathematik. Stuttgart: B.G. Teubner (2002).
18. Strauß, R., Über einen Ergänzungskurs zur Ingenieurmathematik. *Global J. Engng. Educ.*, 7, **3**, 329-335 (2003).
19. Winter, H., Fundamentale Ideen in der Grundschule. http://www.grundschule.bildung-rp.de/gs/mathematik/winter-ideen.html
20. SEFI Europäische Gesellschaft für Ingenieur-Ausbildung, http://www.sefi.be/
21. Strauß, R., Zur Integralrechnung in der Ingenieurmathematik. *Global J. Engng. Educ.*, 8, **3**, 331-337 (2004).
22. Strauß, R., Zur Mathematik in der Ingenieurausbildung. *Klagenfurter Beiträge zur Didaktik der Mathematik*, 4, 209-214 (2006).
23. Schott, D., Fluch und Segen der Computermathematik. *Global J. Engng. Educ.*, 8, **3**, 319-326 (2004).
24. Puchkov, N.P., Die Hauptaufgaben der Mathematischen Ausbildung des Zukünftigen Ingenieurs und Pädagogische Probleme des Mathematikunterrichts in der Technischen Hochschule. *Global J. Engng. Educ.*, 5, **3**, 335-339 (2001).
25. Grünwald, N., Krause, R. und Pudlowski, Z.J., Stärkung der Ingenieurausbildung in Europa. *Global J. Engng. Educ.*, 9, **3**, 207-216 (2005).
26. Grünwald, N., Kossow, A. und Schott, D., WMY2000 - World Mathematical Year 2000: Mathematik - eine Schlüsselqualifikation in der Ingenieurausbildung. *Global J. Engng. Educ.*, 4, **2**, 129-134 (2000).
27. Lutz, H. und Lutz-Westphal, B., Schnellkurs Ingenieurmathematik Ein Pilotprojekt an der TU Berlin. *Mitteilungen der DMV*, 13, **3**, 188-199 (2005).
28. Brüning, H., Breites Angebot an falschen Lösungen. Mathematikkenntnisse von Studienanfängern im Test. *Forschung & Lehre*, 11, 618-620 (2004).
29. Axler, S., *Linear Algebra Done Right*. New York: Springer-Verlag (2001).
30. Rothe, R., *Höhere Mathematik I-III*. Stuttgart: Teubner-Verlagsgesellschaft (1928-1935).
31. Rothe, R. und Szabo, I., *Höhere Mathematik VI*. Stuttgart: Teubner-Verlagsgesellschaft (1958).
32. Rothe, R., Schmeidler, W: *Höhere Mathematik VII*. Stuttgart: Teubner-Verlagsgesellschaft (1956).
33. Meinardi, F., *Fractional Calculus: Some Basic Problems in Continuum and Statistical Mechan-*

ics. In: Carpinteri, A. und Meinardi, F. (Hrsg) Fractals and Fractional Calculus in Continuum Mechanics: CISM Lecture Notes, 78, New York: Springer Verlag, 291-348 (1997).

34. Pfeiffle und Nairz-Wirth, E., *Physikalische und Mathematische Kenntnisse von Naturwissenschaftlich Orientierten Studienanfängerinnen und Studienanfängern.* In: Ruprecht, R. (Hrsg) Unique and Excellent. Ingenieurausbildung im 21. Jahrhundert. Alsbach: Leuchtturm, 176-181 (2000).
35. Schott, D., *Ingenieurmathematik mit MATLAB* Leipzig: Fachbuchverlag Leipzig (2004).
36. Schuchardt, C. Globale Wachstumsstrategien als Standortchance. *Technologie & Management*, **9-10**, 16-17 (2005).

BIOGRAPHIE

Dr Raimond Strauß ist wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Mathematik der Universität Rostock. Seine Interessen in der Lehre gelten den Inhalten und Methoden von Mathematikvorlesungen und der Einbeziehung neuer Medien in die Ausbildung von Ingenieuren. Er hat Arbeiten zur numerischen Quadratur von singulären Integralen veröffentlicht und ist Mitautor eines Schulbuches zum Thema Computergraphik.