

---

# Probleme der Studenten beim Lösen von Anwendungsaufgaben: Eine parallele Studie\*

Norbert Grünwald  
Gabriele Sauerbier

Hochschule Wismar – University of Technology, Business and Design  
Philipp Müller-Strasse, PF 1210, D-23952 Wismar, Deutschland

Sergiy Klymchuk

Department of Applied Mathematics, Auckland University of Technology  
24 St Paul Street, Private Bag 92006, Auckland 1020, Neuseeland

---

In dieser Studie geht es um den ersten Schritt bei der Lösung von Anwendungsaufgaben, um das Formulieren eines mathematischen Lösungsansatzes. Aus unserer täglichen Lehrpraxis in den Mathematikkursen für Ingenieurstudenten der ersten beiden Semester wissen wir, wie schwer dieser erste Schritt den Studenten fällt. Dennoch waren wir überrascht von den Ergebnissen dieser Studie. Zwei Studentengruppen, eine in Neuseeland (54 Studenten), die andere in Deutschland (50 Studenten) sollten eine Extremwertaufgabe lösen. Unserer Meinung nach hatten die Studenten genügend Kenntnisse, Fertigkeiten, gesunden Menschenverstand und Praxis, um dieses Problem leicht zu lösen. Aber nur wenige Studenten beider Gruppen waren in der Lage, die erforderliche Funktion nach kurzer Überlegung aufzustellen. Im Beitrag werden die Ergebnisse der anschließenden Diskussion mit den Studenten vorgestellt. Sowohl die Leistungen der Studenten beider Gruppen im Test, als auch ihre Antworten und Kommentare waren sehr ähnlich. Dennoch hat diese Studie keinen vergleichenden Charakter oder Zweck.

---

## EINFÜHRUNG

Natürlich erfordert das Lösen von angewandten Problemen ebenso wie das Beweisen oder das Konstruieren von eigenen Beispielen weit mehr fortgeschrittenes mathematisches Denken im Vergleich zu algorithmischen oder auf mathematische Verfahren und Techniken orientierte Fragestellungen [1-3]. Aus unserer eigenen Lehrpraxis und auch Forschung (vgl. [4]) war uns bewusst, dass der schwerste Schritt des Lösens von angewandten Problemen, oder allgemeiner im Prozess der mathematischen Modellierung, für die Mehrheit der Studenten das Formulieren des mathematischen Modells ist. Dennoch ist die Forschung auf diesem Gebiet nicht weit entwickelt. Die Forscher konzentrierten sich nicht auf den Übergang der Studenten von einem Modellierungsschritt zum

---

\*Beitrag zum Minisymposium *Mathematik für Ingenieure* zu Ehren von Professor Dr.-Ing. habil. H.W. Stolle, DMV-Jahrestagung, Rostock, 2003.

nächsten [5]. Andererseits gab es Forschungen, die sich auf besondere Phasen des Modellierungsprozesses konzentrierten, vgl. [6]. Haines und Crouch fordern etwas mehr Berücksichtigung des erreichten Niveaus der Studenten in bestimmten Phasen des Modellierungsprozesses [1].

In dieser Studie beschreiben wir das *feedback* der Studenten zu ihren Schwierigkeiten in der ersten Phase des Modellierungsprozesses – in unserem Fall in einem eher engen Sinn: Bei der Lösung eines angewandten Problems.

## DIE STUDIE

Wir, die Lehrkräfte, waren überrascht über einige Resultate eines Routinetestes, den wir unseren Studenten gaben. Obwohl viele Studenten die Testfragen, die mathematischen Techniken, Verfahren und Manipulationen erfordern, relativ gut bestanden, scheiterten die meisten Studenten an der nachfolgenden Extremwertaufgabe:

**Problem.** Die Fahrtkosten eines Schwer-transporters bei einer konstanten Geschwindigkeit von  $v$

km/h werden auf  $4 + \frac{v^2}{200}$  Dollar pro Stunde

geschätzt. Zeigen Sie, dass um die Gesamtkosten einer Fahrt über 100 km in diesem LKW bei konstanter Geschwindigkeit zu minimieren, der LKW ungefähr 28 km/h fahren sollte.

Dieses angewandte Problem war schon weit mathematisiert, es war nicht mehr nötig, Daten zu sammeln oder zu analysieren, Vermutungen anzustellen oder ähnliches. Aus unserer Sicht hatten die Studenten genügend Wissen, Fertigkeiten, gesunden Menschenverstand und Praxis, das obige Problem leicht zu lösen. Die Mehrheit von ihnen lernte Analysis an der Schule und löste ähnliche Probleme. Etwa ein Viertel der Aufgaben in unseren Vorlesungen und Übungen sind angewandte Probleme. Dennoch, das Resultat war sehr überraschend. In 5 bis 7 Minuten, die ein Student durchschnittlich für diese Aufgabe zur Verfügung hatte, waren nur 4% der Studenten der neuseeländischen Gruppe und nur 6% der Studenten der deutschen Gruppe in der Lage, die nötige Funktion, die Gesamtkostenfunktion korrekt anzugeben:

Gesamtkosten = Kosten pro Stunde  $\cdot$  Zeit in Stunden,

$$\text{also Gesamtkosten: } F(v) = \left(4 + \frac{v^2}{200}\right) \times \frac{100}{v}$$

Wie gewöhnlich gaben wir unseren Studenten die Modellantworten und diskutierten mit ihnen den Test. Bevor wir die Lösung von obigem Problem vorstellten, fragten wir die Studenten: *Jemand arbeitet 6 Stunden lang für 10 Dollar pro Stunde. Wie groß ist sein Gesamtverdienst?*

Jeder Student wusste sofort die korrekte Antwort:

$$10 \text{ Dollar/Stunde} \times 6 \text{ Stunden} = 60 \text{ Dollar.}$$

Unsere nächste Frage war: *Wie groß ist der Gesamtverdienst desjenigen, der für  $R$  Dollar pro Stunde insgesamt  $T$  Stunden arbeitet?* Wieder antworteten die Studenten:  $R \times T$ . Das heißt, sie benutzten die Formel:

$$\text{Gesamtverdienst} = \text{Rate pro Stunde} \times \text{Zeit in Stunden.}$$

Aber diese Formel für den Gesamtverdienst und die Formel für die Gesamtkosten im oben genannten Problem haben dieselbe Natur und Struktur. Die Studenten wissen, wie die Zeit ausgedrückt werden

kann, wenn die Entfernung und die Geschwindigkeit gegeben sind. Sie behandelten zahlreiche algebraische Aufgaben in der Vergangenheit an der Schule und an der Hochschule, wenn sie Quantitäten mit Hilfe von Variablen anstelle von Zahlen beschrieben. Sie lösten angewandte Probleme der Analysis in der Schule und in unseren Seminaren. Der Kontext des obigen Problems erforderte kein spezielles Fachwissen, nur normalen Menschenverstand. Die große Mehrheit der Studenten war hoch motiviert. Definitiv wollten sie den Test gut bestehen. Diese Studenten bereiten sich auf einen Ingenieurberuf vor! Und dennoch, die große Mehrheit von ihnen war nicht in der Lage, die Gesamtkostenfunktion in dem obigen Problem richtig aufzustellen. Warum? Um die Gründe herauszufinden, gaben wir unseren Studenten den folgenden kurzen Fragebogen.

## DER FRAGEBOGEN

- Frage 1: Welche Schwierigkeiten hatten Sie, die gefragte Gesamtkostenfunktion aufzustellen?
- Frage 2: Was kann getan werden, um Ihre Fertigkeit diesen Schritt bei einem angewandten Problem zu gehen, zu entwickeln?

## DIE ANTWORTEN DER STUDENTEN

Frage 1: Welche Schwierigkeiten hatten Sie, die gefragte Gesamtkostenfunktion aufzustellen?

Die häufigste Antwort (48% in der neuseeländischen Gruppe und 36% in der deutschen Gruppe) war: *Ich habe das Problem nicht verstanden.* Einige typische Kommentare lauteten etwa:

- Die Formulierung war unklar;
- Es war irreführend;
- Schwer zu verstehen;
- Ich dachte, es war zu kompliziert (und daher bemühe ich mich gar nicht erst, eine Lösung zu finden...).

Die zweithäufigste Antwort (35% in der neuseeländischen und 42% in der deutschen Gruppe) bezog sich auf Schwierigkeiten, aus dem Text die Formel zu finden. Einige dieser Studenten hatten spezifische Probleme mit Teilen der Formel:

- Ich konnte die Zeit nicht als  $\frac{100}{v}$  ausdrücken;
- Ich hatte Schwierigkeiten mit den Einheiten, da in der gegebenen Formel nur die Einheit von  $v$  bekannt ist;

- Ich konnte den Zusammenhang zwischen Kosten pro Stunde und Zeit nicht erkennen;
- Ich wusste nicht, wie  $\left(4 + \frac{v^2}{200}\right)$  zu benutzen war.

Einige Studenten wussten nicht, wie sie beginnen sollten:

- Ich hatte Schwierigkeiten, die Informationen zu nutzen;
- Ich wusste nicht, wie ich das Problem des realen Lebens in ein mathematisches überführen konnte;
- Ich war irritiert, da das Ergebnis schon gegeben war.

Frage 2: Was kann getan werden, um Ihre Fertigkeit diesen Schritt bei einem angewandten Problem zu gehen, zu entwickeln?

Die große Mehrheit der Studenten (87% in der neuseeländischen Gruppe und 78% in der deutschen Gruppe) antworteten, dass sie mehr Übung in der Lösung von angewandten Problemen ähnlich zu dem obigen Problem benötigen, um die Fähigkeit zu entwickeln, derartige Probleme zu lösen. Einige von ihnen baten, detaillierte Lösungsschritte solcher Probleme zu lehren und mehr Veranschaulichungen zu geben.

Nur eine kleine Anzahl von Studenten (6% in der neuseeländischen Gruppe und niemand der deutschen Gruppe) schlugen vor, die Formulierung des Problems zu vereinfachen, so dass es leichter verständlich würde, obwohl vorher fast die Hälfte der Studenten der neuseeländischen Gruppe ausgesagt hatte, das Problem nicht verstanden zu haben.

## SCHLUSSFOLGERUNGEN

Aus den Antworten der Studenten kann man schließen, dass der Mangel an Praxis, nicht die Formulierung des Problems der Hauptgrund für die schlechte Leistung im Lösen dieses angewandten Problems war.

Die angeführten Statistiken und die Kommentare der Studenten zeigen uns, dass unsere Annahmen über das Problemlösevermögen unserer Studenten zu optimistisch waren. Auch hier zeigt sich wieder, dass unsere Vorstellungen über das Basiswissen unserer Studenten und auf Grund erfolgreicher Abschlüsse vorangegangener Module oder Prüfungen nicht zuverlässig sind [7].

In unserem diagnostischen Test zu Beginn des Kurses prüfen wir nur elementare mathematische

Techniken und Formeln, aber keine Fertigkeiten, Probleme zu lösen. Diese Studie zeigt, dass es notwendig ist, von Beginn des Kurses an den Studenten elementare Problem-Löse-Strategien zu vermitteln und sie zu befähigen, alle Schritte des Modellierungsprozesses im Detail zu beschreiben, gerade für einfache angewandte Aufgaben. So werden die Studenten darauf vorbereitet, die Aufgabenstellungen des wirklichen Lebens zu bewältigen, die vorausschauende Modellierungsfähigkeiten erfordern, sei es in den Ingenieurkursen oder später während ihrer Berufstätigkeit. Diese Fähigkeiten sind auch für die Mehrheit der heutigen Studenten sehr wichtig, sie erwarten *relevanten, anwendbaren Fachinhalt, den sie jetzt verwenden können, nicht irgendwann und nicht vielleicht* [8].

Im Moment sind in unseren Anfängerkursen der Analysis etwa 25% aller Prüfungs- und Übungsaufgaben angewandte Probleme. Diese Anzahl sollte auf 50-80% erhöht werden. Das würde die grundlegenden Modellierungsfertigkeiten der Studenten verbessern und auch ihre Einstellungen zur Mathematik als ein nützliches anwendbares Fachgebiet ändern.

Wir sollten unseren Studenten zeigen, dass nicht nur sie Schwierigkeiten im Formulierungsschritt beim Modellieren erfahren. Die Umfrage unter nicht akademischen Mathematikern, durchgeführt von der *Society for Industrial and Applied Mathematics* (SIAM) zeigt, dass

*... die härteste Aufgabe für einen Mathematiker die Herausarbeitung der Anforderungen des wirklichen Problems ist. ... Ein Problem erscheint niemals ausformuliert als ein mathematisches Problem. ... Zu den wichtigsten Fähigkeiten eines nicht akademischen Mathematikers gehören Fertigkeiten im Formulieren und im Modellieren* [9].

Diese Erfahrungen, die wir aus unserer eigenen Tätigkeit in der nichtakademischen Ingenieurpraxis nur bestätigen können, sollten wir den Studenten weitergeben. Damit könnten wir unsere Studenten ermutigen, mehr Zeit und Anstrengung zum Lösen von angewandten Problemen zu widmen und darüber hinaus dem Studieren von Mathematik im allgemeinen.

## REFERENZEN

1. Haines, C. und Crouch, R., Recognising constructs within mathematical modelling. *Teaching Mathematics and its Applications*, 20, 3, 129-138 (2001).

2. Mason, J. und Watson, A., Getting students to create boundary examples. *MSOR Connections*, 1, 1, 9-11 (2001).
3. Tall, D.O., *The Psychology of Advanced Mathematical Thinking*. Im: Tall, D.O. (Hrsg.), *Advanced Mathematical Thinking*. Dordrecht: Kluwer, 3-21 (1991).
4. Klymchuk, S.S. and Zverkova, T.S., *Role Of Mathematical Modelling and Applications in University Service Courses: an Across Countries Study*. Im: Matos, J.F. et al (Hrsg.), *Modelling, Applications and Mathematics Education – Trends and Issues*. Chichester Ellis Horwood, 227-235 (2001).
5. Kadijevich, D., What may be neglected by an application-centred approach to mathematics education? *Nordisk Matematikdidaktik*, 1, 29-39 (1999).
6. Galbraith, P. und Haines, C., *Some Mathematical Characteristics of Students Entering Applied Mathematics Courses*. Im: Matos, J.F. et al (Hrsg.), *Teaching and Learning Mathematical Modelling*. Chichester: Albion Publishing, 77-92 (1998).
7. Anderson, J., Austin, K., Bernard, T. und Jagger, J., Do third year mathematics undergraduates know what they are supposed to know? *Inter. J. of Mathematical Educ. in Science and Technology*, 29, 401-420 (1998).
8. Engelbrecht, J., What has happened to undergraduate mathematics teaching over the past ten years? An international survey of undergraduate mathematics courses. *Pre-proc. ICMI Study Conf. on the Teaching and Learning of Mathematics at University Level*, Singapore, 132 (1998).
9. The Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), Report on Mathematics in Industry (1995), <http://www.siam.org./mii/miihome.html>.

## BIOGRAPHIEN



Norbert Grünwald ist Professor für Mathematik/ Operation Research und seit September 2002 Rektor der Hochschule Wismar. Er wurde 1953 in Rostock geboren. Im Jahre 1979 schloss er ein Studium an der Universität Rostock als Diplommathematiker ab. 1984 promovierte er auf dem

Gebiet der Diskreten Mathematik zum Dr. rer. nat. Vor seiner Berufung an die Hochschule Wismar im

Jahre 1992 arbeitete er als wissenschaftlicher Mitarbeiter bei der Deutschen Seereederei Rostock, an der Hochschule für Seefahrt Warnemünde/Wustrow und an der Universität Rostock. Seine Publikationen beschäftigen sich hauptsächlich mit Fragen der Graphentheorie und mit moderner Gestaltung des Mathematikunterrichtes in der Ingenieurausbildung. Prof. Dr. Grünwald engagiert sich stark in der Organisation und Durchführung mathematischer Wettbewerbe in Deutschland und weltweit. Er ist Mitglied in der Deutschen Mathematikervereinigung, der International Liaison Group on Engineering Education (ILG-EE), des UNESCO International Centre for Engineering Education (UICEE) und dort seit 2003 *Deputy Director of the UICEE Academic Advisory Committee*.



Dr Gabriele Sauerbier arbeitet als wissenschaftliche Mitarbeiterin am Fachbereich Maschinenbau/Verfahrens- und Umwelttechnik der Hochschule Wismar. Geboren 1958 in Potsdam, schloss sie 1982 ihr Studium an der wissenschaftlichen Universität (ELTE) Budapest, Ungarn

als Diplomlehrerin für Mathematik und Physik ab. 1988 promovierte sie an der Pädagogischen Hochschule Güstrow mit einem Thema zur Gruppentheorie zum Dr. rer. nat.. Nach einer kurzen Tätigkeit an der Universität Rostock, arbeitete sie bis 2002 in der PNP Luftfedersysteme GmbH zu theoretischen Fragestellungen, Simulationen und messtechnischen Auswertungen von Schwingungssystemen. Insgesamt hat sie 18 Jahre Erfahrungen in der Grundlagen-ausbildung im Fach Mathematik anfänglich für Lehrerstudenten, heute für Studierende der Fachrichtung Maschinenbau. Engagiert setzt sie sich für eine moderne, anwendungsorientierte Mathematik-ausbildung, auch unter Einsatz von Computern (*MATLAB*) der Ingenieurstudenten ein.



Dr Sergiy Klymchuk (45) ist Dozent am Fachbereich für Angewandte Mathematik der *Auckland University of Technology*, Auckland, Neuseeland. Er studierte und lehrte zunächst in Odessa, Ukraine. Insgesamt hat er 23 Jahre Erfahrungen in der Lehre von Hochschu-

lmathematik in verschiedenen Ländern. Im Jahr 1988 promovierte er zu asymptotischen Methoden für Differentialgleichungen. Gegenwärtig liegen seine Hauptforschungsinteressen in der Mathematikausbildung. Zur Zeit ist er federführend an einer Studie zur effektiveren Lehre der Modellbildung und von

Anwendungen für Ingenieurstudenten, einer weiteren zur Nutzung von Gegenbeispielen in den Grundlagenkursen zur Analysis und einer breiten international angelegten Studie zum Übergang von der Schul- zur Hochschulmathematik beteiligt. Dr. Klymchuk ist Autor mehrerer Bücher zur Popularisierung der Mathematik.

## ***7<sup>th</sup> Baltic Region Seminar on Engineering Education: Seminar Proceedings***

edited by Zenon J. Pudlowski

The very successful *7<sup>th</sup> Baltic Region Seminar on Engineering Education* was held between 4 and 6 September 2003 in St Petersburg, Russia, and was hosted by St Petersburg State Electrotechnical University, *LETI*. The papers cover a diverse scope of important and current issues currently facing engineering and technology education internationally; nevertheless, the Seminar still maintained a particular focus on the Baltic region, with strong participation from the host country. Indeed, the level of Russian participation reflects of the nation's commitment to advancing engineering education, both locally and generally.

The Baltic Seminar series of seminars seeks to bring together educators, primarily from the Baltic Region, to continue and expand on debates about common problems and key challenges in engineering and technology education; to promote discussion on the need for innovation in engineering and technology education; and to foster the links, collaboration and friendships already established within the region.

There are 54 papers from senior academics, representing 20 countries from around the globe, included in this set of Proceedings. Academics gathered at this Seminar to consider and debate the impact of globalisation on engineering and technology education, the rapidly changing technology and production processes and the status, quality and importance of engineering education in the context of the recent economic changes in the Baltic Region. The papers included in these Proceedings reflect on this debate and are grouped under the following broad topics:

- New trends and approaches to engineering education
- Case studies
- Importance of science subjects in engineering education
- International examples of engineering education and training
- Computers, multimedia and the Internet in engineering education
- Learning strategies and methods in engineering education
- Important issues and challenges in engineering education
- Specific engineering education programmes
- Recent developments in engineering education

All of the papers presented in this volume were subject to a formal peer review process, which is the case with all UICEE publications. This should ensure the future value of these Proceedings, not just for the Baltic Region, but internationally as well.

To purchase a copy of the Seminar Proceedings, a cheque for \$A70 (+ \$A10 for postage within Australia, and \$A20 for overseas postage) should be made payable to Monash University - UICEE, and sent to: Administrative Officer, UICEE, Faculty of Engineering, Monash University, Clayton, Victoria 3800, Australia. Please note that sales within Australia incur 10% GST.

Tel: +61 3 990-54977 Fax: +61 3 990-51547