Global J. of Engng. Educ., Vol.7, No.3
Published in Australia

Über einen Ergänzungskurs zur Ingenieurmathematik*

Raimond Strauß
Fachbereich Mathematik, Universität Rostock
Universitätsplatz 1, D-18055 Rostock, Deutschland

Eine fakultative Vorlesung zur Ergänzung der Mathematikausbildung für Studierende der Fachrichtung Wirtschaftsingenieurwesen wird vorgestellt. Einige Schlussfolgerungen für die Grundlagenvorlesung Mathematik für Wirtschaftsingenieurwesen und Wirtschaftsinformatik werden vorgeschlagen.

EINLEITUNG

Das Lieblingszitat vieler Mathematiker stammt von Immanuel Kant (in der Vorrede zu der 1786 veröffentlichten Schrift Metaphysische Anfangsgründe der Naturwissenschaft): *Ich behaupte, dass in jeder besonderen Naturlehre nur soviel eigentliche Wissenschaft angetroffen werden könne, als darin Mathematik anzutreffen ist.*

Es ist leicht auf die Ingenieurdisziplinen auszudehnen. Etwas aktueller ist die folgende Aussage von Edward E. David (Präsident der Forschungs- und Entwicklungsabteilung des Exxon-Konzerns in einem Bericht an die National Science Foundation der USA): *Viel zu wenige Leute erkennen, dass die so gefeierte Hochtechnologie letztlich eine mathematische Technologie ist.*

Die Bedeutung der mathematischen Bildung für Ingenieure ist international allgemein anerkannt und wird von Fachleuten in keiner Weise bezweifelt. Dabei wird der Wert mathematisch-naturwissenschaftlicher Grundlagen in ihrer allgemeinen Anwendbarkeit und Wertbeständigkeit betont. Eine gute Grundlagenbildung ist ein sicheres Fundament für die Flexibilität des Ingenieurs und hilft ihm, zukünftige Entwicklungen in der sehr vielfältigen und sich schnell verändernden Welt der Technik zu gestalten. Eine Mathematisierung der Produktionsprozesse ist unübersehbar. Die Anforderungen an den mathematischen Wissensumfang der Absolventen der Ingenieurfächer wachsen, während nicht selten die Zeiten für Mathematikvorlesungen, gemessen in Semesterwochenstunden (SWS), schrumpfen. Das Ausgangswissen der Studienanfänger verschlechtert sich tendenziell [1][2].

Um dem zu geringen Anteil der mathematischen Pflichtfächer an der Gesamtausbildung entgegenzuwirken, bleibt die Möglichkeit, die Eigenverantwortung der Studierenden zu stärken und darauf zu setzen, dass sie den Wert mathematischer Kenntnisse erkennen. Darum wird an der Universität Rostock ein Ergänzungskurs Mathematik für Studenten der Fachrichtung Wirtschaftsingenieurwesen (WIW) angeboten. Hier wird zunächst die Vorlesung Mathematik für WIW vorgestellt, die auch von den Studenten der Wirtschaftsinformatik (WIN) gehört wird. Dann wird der Ergänzungskurs betrachtet. In seinem Mittelpunkt stehen Ergänzungen zur linearen Algebra. Die lineare Algebra hat viele Anwendungen in den Ingenieurwissenschaften und der Ökonomie [3]. Sie hat darüber hinaus Bedeutung als zentraler Bestandteil der Mathematik für Ingenieure. Ein Beispiel ihrer Nützlichkeit für die Behandlung von aufwendigen analytischen Themen ist im darauf folgenden Abschnitt angegeben. Schließlich werden einige Schlussfolgerungen formuliert.

WARUM SOLL ETWAS ERGÄNZT WERDEN?

Die Vorlesung Mathematik für WIW/WIN läuft über drei Semester mit drei Stunden Vorlesung und zwei Stunden Übung pro Woche, insgesamt 15 SWS. Die Studenten der Wirtschaftinformatik haben zusätzlich ein obligatorisches Semester diskrete Mathematik (4 SWS).

Daneben sind noch die Fächer Statistik und

*Beitrag zum Minisymposium *Mathematik für Ingenieure* zu Ehren von Professor Dr-Ing. habil. H.W. Stolle, DMV-Jahrestagung, Rostock, 2003.

Ökonometrie (10 SWS) und Operations Research (8 SWS) im Pflichtprogramm dieser Studiengänge. Wenn man voraussetzt, dass alle genannten Fächer rein mathematisch sind, erhält man 33 (WIW) bzw. 37 (WIN) SWS Mathematik. Da das WIW- Studium insgesamt ca. 180 SWS umfasst, liegt der Anteil an Mathematik quantitativ unter dem von Ingenieur- und Wirtschaftsverbänden geforderten Prozentsatz mathematischer Bildung am Ingenieurstudiengang [4][5].

Der an der Universität Rostock stattfindende Kurs Mathematik für WIN und WIW hat einige Besonderheiten. Zum allgemein üblichen Lehrstoff wurden im ersten Semester einige Teile der diskreten Mathematik hinzugefügt. Die Motivation für die inhaltlichen Veränderungen wird in [6] gegeben. Die folgenden Abschnitte sind Gegenstand der Vorlesung:

- *Grundlagen*: Aussagenlogik, Mengenlehre, Zahlenbereiche, komplexe Zahlen, Zahlentheorie, Kombinatorik, Relationen, Abbildungen, Funktionen;
- *Algebraische Strukturen*: Operationen, Gruppen, Körper;
- *Lineare Algebra*: Matrizen, Determinanten, lineare Gleichungssysteme, Gauß-Algorithmus, Cramersche Regel, Vektorräume, Eigenwerte und Eigenvektoren [7];
- *Analytische Geometrie*: Skalarprodukt, Vektorprodukt und Spatprodukt, Punkte und Geraden in der Ebene, Punkte, Geraden und Ebenen im Raum;
- *Zahlenfolgen*: Grenzwert, Eigenschaften konvergenter Folgen, Konvergenzkriterien, Häufungspunkte, Funktionenfolgen;
- *Differenzengleichungen*: homogene und inhomogene lineare Differenzengleichungen mit konstanten Koeffizienten, Anfangswertprobleme;
- *Zahlenreihen*: Begriff der unendlichen Reihe, Eigenschaften konvergenter Reihen, Rechnen mit konvergenten Reihen, Konvergenzkriterien;
- *Potenzreihen*: Konvergenzverhalten, Konvergenzradius, Rechnen mit Potenzreihen;
- *Reelle Funktionen*: Grundbegriffe, elementare Funktionen, Grenzwert bei Funktionen, Stetigkeit;
- *Differentialrechnung für Funktionen einer Veränderlichen*: Ableitung, Differential- und elementare Fehlerrechnung, Sätze über differenzierbare Funktionen, unbestimmte Ausdrücke, Regel von Bernoulli - de l’Hospital, Taylorsche Formel, Untersuchung von Funktionen, Differenzierbarkeit von Grenzfunktionen bei Funktionenfolgen und -reihen, näherungsweises Lösen von Gleichungen;
- *Integralrechnung*: Unbestimmtes Integral, bestimmtes Integral, Anwendungen der Integralrechnung, näherungsweise Berechnung bestimmter Integrale, uneigentliche Integrale;
- *Differentialrechnung für Funktionen von mehreren Variablen*: Funktionsbegriff, Grenzwerte und Stetigkeit von Funktionen, partielle Ableitungen, Gradient, vollständiges Differential, Kettenregel, Richtungsableitung, Mittelwertsatz und Taylorsche Formel, implizite Funktionen, Extremwerte ohne/mit Nebenbedingungen;
- *Integralrechnung für Funktionen von mehreren Variablen*: Parameterintegrale, ebene Bereichsintegrale, räumliche Bereichsintegrale;
- *Gewöhnliche Differentialgleichungen*: Differential-gleichungen 1. Ordnung: Richtungsfeld, Existenz und Eindeutigkeit, sukzessive Approximation, elementare Integrationsmethoden, numerische Lösungsverfahren, Sonderfälle von nichtlinearen Differentialgleichungen 2. Ordnung, lineare Differentialgleichungen höherer Ordnung, Potenzreihenansatz.

Die Vorlesung enthält wesentliche Teile der Mathematik für Ingenieure. Ursprünglich gab es einen Abschnitt zu Differentialgleichungssystemen erster Ordnung. Er ist durch die inhaltliche Umstellung entfallen. Die Abschnitte Algebraische Strukturen, Zahlentheorie, Differenzengleichungen sind hinzugekommen. Die Teile zur Kombinatorik und zu Relationen wurden erweitert. Um den Zuwachs an Stoff zu verkraften, sind der Einsatz von Technik (Beamer, Overheadprojektor) und die Bereitstellung von Material im Internet unerlässlich. Im Vergleich zu Mathematikvorlesungen für Maschinenbauer oder Elektrotechniker mit 20 bis 25 SWS fehlen Abschnitte zur Analysis, wie Randwertprobleme für gewöhnliche Differentialgleichungen, partielle Differentialgleichungen, Funktionentheorie und Integraltransformationen. In älteren Büchern zur Ingenieurmathematik findet man auch Differentialgeometrie und harmonische Funktionen [8][9]. Neben den genannten Abschnitten werden numerische Verfahren zur Lösung von linearen Gleichungssystemen und zur Eigenwertberechnung in der Praxis benötigt. Die Aufzählung lässt sich fortsetzen, denn es ist nicht möglich, eine sinnvolle Eingrenzung für die Mathematik in den Ingenieurwissenschaften anzugeben.

Zusammenfassend muss man feststellen, dass wichtige Teile der Mathematik, die in der Ingenieurpraxis Verwendung finden, in der vorliegenden Vorlesung nicht behandelt werden. Die vermittelte höhere Mathematik ist nicht ausreichend für die heutigen und erst recht nicht für die zukünftigen Erfordernisse der Ingenieurforschung und -praxis. Dem Bedarf steht der Ressourcenmangel gegenüber, der durch Kürzungen und Zusammenlegungen deutlich wird. Die Ausbildungsleistung pro Student sinkt ständig. Man kann innerhalb des Faches auch kaum Zeit einsparen. Die Streichung von elementaren Teilen zugunsten der höheren Mathematik ist nicht empfehlenswert.

Die Kürzung der Analysis für Funktionen einer reellen Veränderlichen ist bei dem unzureichenden mathematischen Wissen der Studienanfänger nicht verantwortbar ([1][2]). Allerdings muss über derartige Umstellungen zugunsten von Abschnitten der höheren Mathematik ernsthaft nachgedacht werden. Eine kostenneutrale Variante zur Schaffung besserer Voraussetzungen wäre eine Aufnahmeauslese. Sie würde den Leistungsdruck erhöhen und eine bessere Studienvorbereitung befördern. Dann wäre es unwahrscheinlicher, Ingenieurstudenten anzutreffen, die nur den Grundkurs Mathematik am Gymnasium gewählt haben. Solche Überlegungen sind bedenkenswert, ändern aber die momentane Situation nicht. Deshalb wurde ein fakultativer Ergänzungskurs Mathematik für WIW (2 SWS) versuchsweise angeboten. Zugelassen waren nur Studenten, die die Prüfung der Pflichtvorlesung Mathematik für WIW/ WIN bestanden hatten.

Der Kurs hat keine *Scheinbedeutung*, denn der ausgegebene Teilnahmeschein hat keinen Wert für die Erlangung des Hochschulabschlusses. Interesse an mathematischen Ideen und Verfahren wurde vorausgesetzt. Da das Manuskript im Internet bereitgestellt wurde, brauchte während der Vorlesung kaum mitgeschrieben werden.

WAS SOLL ERGÄNZT WERDEN?

Die fehlenden Teile der Mathematik für Ingenieure können nicht in einer zweistündigen Vorlesung nachgeholt werden. Für den Ergänzungskurs wurde anstelle von Analysis oder Numerik als Gegenstand die Fortsetzung der linearen Algebra gewählt. Sie hat für die Wirtschaftingenieure wegen zahlreicher Anwendungen in den betriebswirtschaftlichen Fächern und in der linearen Optimierung große Bedeutung. Die Vorlesung beginnt deshalb mit Ergänzungen zur linearen Algebra.

Ergänzungen zur Linearen Algebra

- Anwendungsgebiete für die lineare Algebra: Systeme von Differentialgleichungen und Differenzengleichungen, Interpolation, Iterationsverfahren für lineare Gleichungssysteme, Eigenwertprobleme;
- Vektorräume: Vektor, n-dimensionaler Vektorraum, Basis, Koordinatendarstellung von Vektoren, Isomorphie zum $\mathbf{R}^n$;
- Lineare Abbildungen: Matrixdarstellung linearer Abbildungen, ähnliche Matrizen, Dimensionssätze;
- Eigenwerte und Eigenvektoren linearer Abbildungen: Basen von Eigenvektoren, Diagonalisierbarkeit, normale Abbildung, verallgemeinerte Eigenräume, Jordansche Normalform;
- Anwendungen: Lösung von Differentialgleichungssystemen durch Diagonalisierung, Interpolationsaufgabe bezüglich verschiedener Polynombasen, Potenzen und Polynome von Matrizen, Satz von Cayley-Hamilton, Minimalpolynome, Populationsmodelle, Iterationsverfahren für lineare Gleichungssysteme, Funktionen von Matrizen, lineare Differentialgleichungssysteme 1. Ordnung und die Exponentialfunktion, lineare Differenzengleichungen und Matrixpotenzen;
- Skalarprodukt und Orthogonalität: Skalarprodukt und Norm, Cauchy-Schwarzsche Ungleichung, Hilbertraum, Winkel und Orthogonalität, orthogonale Projektion und kleinste Quadrate, kürzester Abstand, Approximation mit orthogonalen Polynomen;
- Orthogonalentwicklungen: Orthogonal- und Orthonormalsysteme, Orthonormalbasis, Konvergenz von Orthogonalreihen, Parsevalsche Gleichung, separabler Hilbertraum.

Ergänzungen zur Analysis

- Fourierreihen: Beispiele, Konvergenz und Eigenschaften von Fourierreihen;
- Fouriertransformation.

Die Mathematik ist angeblich ein unbeliebter Bestandteil vieler Fächer, dem man den Schrecken nehmen muss. Für den Ergänzungskurs stimmt das nicht. Die Teilnehmerzahl nahm während des Semesters nicht ab sondern zu. Es wurde kein Wert auf *pädagogische Verzuckerungen* gelegt. Entscheidend für das große Interesse der Studenten war die Stoffauswahl mit dem Schwerpunkt lineare Algebra. Im Vergleich zur Pflichtvorlesung hat diese Vorlesung ein deutlich gesteigertes theoretisches Niveau. Die Anwendungen sind mit dem Abschnitt 5 bei weitem nicht erschöpft.

Eine Anwendung des 6. Abschnitts ist die diskrete bzw. schnelle Fouriertransformation (FFT) mit

Bildkompression als praktischer Anwendung. Fortgesetzt wird der Ergänzungskurs mit Fourier- und Laplacetransformation und deren Anwendung auf Differenzengleichungen, (partielle) Differentialgleichungen, wobei Evolutionsgleichungen (stetig oder diskret in der Zeit) und die Wellengleichung betrachtet werden. Dann folgen spezielle Matrizen. Beispielsweise sind positive Matrizen für Ökonomen interessant. Die Modelle von Leontiew und von Neumann seien genannt. Weitere Themen sind die Faktorzerlegung von Matrizen, numerische Verfahren zur Lösung von Gleichungssystemen und zur Berechnung von Eigenwerten, Pseudoinverse und Singulärwertzerlegung.

VERALLGEMEINERTE TRANSFORMATIONSFORMEL FÜR MEHRDIMENSIONALE INTEGRALE

Es wird jetzt ein Beispiel für Zeiteinsparungen gegeben, die in der Analysisausbildung erzielt werden können, wenn das dazu benötigte Wissen aus der linearen Algebra verfügbar ist. Die Einführung von Volumen-, Oberflächen- und Kurvenintegralen als Riemannsche Summen ist relativ aufwendig. Diese Themen, die Gegenstand vieler Vorlesungen für Ingenieure sind, können unter dem einheitlichen Gesichtspunkt der Koordinatentransformation betrachtet werden.

Die Transformationsformel für Bereichsintegrale zwischen Gebieten gleicher Dimension wird in vielen Vorlesungen zur Ingenieurmathematik erläutert. Integrale über einen Weg oder eine Fläche im $\mathbf{R}^3$ können auch mit Hilfe von Transformationen der entsprechenden Gebiete behandelt werden. Die Begriffe Kurven- und Oberflächenintegral können so in natürlicher Weise auf Integrale über m-dimensionale Teilgebiete des $\mathbf{R}^n$ übertragen werden. Dazu werden lineare Abbildungen des $\mathbf{R}^m$ in den $\mathbf{R}^n$ mit $n \geq m$ benötigt. Man kann im n-dimensionalen Raum über eine m-dimensionale Mannigfaltigkeit V integrieren. Es ist

$$V = \{\boldsymbol{y} \in \mathbf{R}^n : y_i = \Phi_i(\boldsymbol{x}),\ \boldsymbol{x} \in U \subset \mathbf{R}^m\}.$$

Wenn n=3 und m=2 ist, erhält man Oberflächenintegrale, für m=1 ergeben sich Kurvenintegrale. Für $n > m$ ist die Jacobimatrix

$$\mathrm{J}_\Phi = \left(\frac{\partial \Phi_\mathrm{i}}{\partial\, \mathrm{x}_\mathrm{j}}\right)_{\mathrm{i}=1,\mathrm{j}=1}^{\mathrm{n,m}}$$

nicht mehr quadratisch, sondern vom Typ (n, m). Vorausgesetzt wird, dass J_Φ in jedem Punkt $\boldsymbol{x}$ von U den vollen Rang m hat. Es bezeichnet:

$$\left|\mathrm{K}_\Phi\right| = \sqrt{\det(\mathrm{J}_\Phi^\mathrm{T}\mathrm{J}_\Phi)}\,.$$

Die für $n = m$ gut bekannte Transformationsformel:

$$\int_\mathrm{V} \mathrm{f}(y)\,\mathrm{d}\,y = \int_\mathrm{U} (\mathrm{f}\circ\Phi)(x)\left|\det(\mathrm{J}_\Phi(x))\right|\mathrm{d}\,x$$

geht für $n > m$ über in die Formel:

$$\int_\mathrm{V} \mathrm{f}(y)\,\mathrm{d}\,y = \int_\mathrm{U} (\mathrm{f}\circ\Phi)(x)\left|\mathrm{K}_\Phi(x)\right|\mathrm{d}\,x.$$

Bezeichnet man mit D_i, i = 1 ,¼, $\binom{n}{m}$ die sämtlichen m-reihigen Untermatrizen von J_Φ und wendet man auf die Determinante $\det\left(\mathrm{J}_\Phi^\mathrm{T}\mathrm{J}_\Phi\right)$ die Formel von Cauchy-Binet:

$$\det(\mathrm{J}_\Phi^\mathrm{T}(\mathbf{x})\,\mathrm{J}_\Phi(\mathbf{x})) = \mathrm{D}_1^2 + \mathrm{D}_2^2 + \ldots + \mathrm{D}_{\binom{\mathrm{n}}{\mathrm{m}}}^2$$

an, so geht die Transformationsformel über in die Gleichung:

$$\int_\mathrm{V} \mathrm{f}(\mathbf{y})\,\mathrm{d}\,y = \int_\mathrm{U} (\mathrm{f}\circ\Phi)(\mathbf{x})\sqrt{\mathrm{D}_1^2 + \mathrm{D}_2^2 + \ldots \mathrm{D}_{\binom{\mathrm{n}}{\mathrm{m}}}^2}\,\mathrm{d}\,x.$$

In dieser Form findet man die Transformationsformel zur Integration über ein m-dimensionales Gebiet im $\mathbf{R}^n$ schon 1930 bei Courant [10] im Anhang zu Kapitel 4.

BEISPIELE

Oberflächenintegral

Sei V eine Teilmenge einer Oberfläche im $\mathbf{R}^3$ gegeben durch die Gleichung $z = g(s,t)$, also ist n = 3 und m = 2. U ist die Projektion von V in die x,y-Ebene. Dann ist V=Φ(U) oder

$$\begin{pmatrix}\mathrm{x}\\ \mathrm{y}\\ \mathrm{z}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\mathrm{s}\\ \mathrm{t}\\ \mathrm{g(s,t)}\end{pmatrix} = \Phi\begin{pmatrix}\mathrm{s}\\ \mathrm{t}\end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix}\mathrm{s}\\ \mathrm{t}\end{pmatrix} \in \mathrm{U}.$$

Die Jacobimatrix ist

$$\mathrm{J}_\Phi(x,y) = \frac{\partial(\mathrm{x,y,z})}{\partial(\mathrm{s,t})} = \begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\\ \mathrm{g_s} & \mathrm{g_t}\end{pmatrix}$$

Dann ist

$$\left|\mathrm{K}_\Phi(\mathrm{s,t})\right| = \sqrt{\det(\mathrm{J}_\Phi^\mathrm{T}(\mathrm{s,t})\,\mathrm{J}_\Phi(\mathrm{s,t}))} = \sqrt{1+\mathrm{g}_\mathrm{s}^2+\mathrm{g}_\mathrm{t}^2}\,.$$

Einsetzen liefert die bekannte Formel:

$$\int_V f(x,y,z)\,d(xyz) = \int_U f(s,t,g(s,t))\sqrt{1+g_s^2+g_t^2}\,dsdt$$

Für $f \equiv 1$ erhält man den Flächeninhalt von *V*.

Oberflächenintegral in Zylinderkoordinaten

Sei *V* ein durch $z = z(r,\theta)$ gegebenes Flächenstück im $\mathbf{R}^3$. Es sind $\{r, \theta, z\}$ Zylinderkoordinaten:

$x = r\cos\theta$, $y = r\sin\theta$, $z = z$.

Die Jacobimatrix ist:

$$J_\Phi(r,\theta,z) = \frac{\partial(x,y,z)}{\partial(r,\theta)} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -r\sin\theta \\ \sin\theta & r\cos\theta \\ z_r & z_\theta \end{pmatrix}$$

Es ist

$$|K_\Phi| = \sqrt{r^2+r^2z_r^2+z_\theta^2}.$$

Daher ist

$$\int_V f(x,y,z)\,d(xyz) =$$

$$\int_U f(r\cos\theta, r\sin\theta, z(r,\theta))\,r\sqrt{1+z_r^2+\frac{1}{r^2}z_\theta^2}\,drd\theta.$$

Integral über die Mantelfläche eines Rotationskörpers

Sei *M* die Mantelfläche eines Rotationskörpers, der durch Rotation der Funktion $g(x) \geq 0, \quad a \leq x \leq b$ um die *x*-Achse entsteht. Es ist

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s \\ g(s)\cos(t) \\ g(s)\sin(t) \end{pmatrix} = \Phi\begin{pmatrix} s \\ t \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} s \\ t \end{pmatrix} \in U$$

mit $U = \{(s,t)\colon \; a \leq s \leq b, \quad 0 \leq t \leq 2\pi\}$. Die Jacobimatrix ist:

$$J_\Phi(s,t) = \frac{\partial(x,y,z)}{\partial(s,t)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ g'(s)\cos(t) & g(s)(-\sin(t)) \\ g'(s)\sin(t) & g(s)\cos(t) \end{pmatrix}$$

Daraus folgt zunächst:

$$|K_\Phi(s,t)| = g(s)\sqrt{1+g'(s)^2}$$

und dann

$$\int_M f(x,y,z)\,d(xyz) =$$

$$\int_U f(s, g(s)\cos(t), g(s)\sin(t))\,g(s)\sqrt{1+g'(s)^2}\,dsdt =$$

$$\int_a^b \int_0^{2\pi} f(s, g(s)\cos(t), g(s)\sin(t))\,g(s)\sqrt{1+g'(s)^2}\,dtds.$$

Wenn $f(x,y,z)$ identisch eins ist, so erhält man die Mantelfläche des Rotationskörpers:

$$\int_M d(xyz) = 2\pi\int_a^b g(s)\sqrt{1+g'(s)^2}\,ds.$$

Kurvenintegral und Bogenlänge im R³

Sei *C* ein Kurvenbogen im $\mathbf{R}^3$.

$$C = \Phi([0,1]) = \{(x,y,z)\colon x=\Phi_1(t), y=\Phi_2(t), z=\Phi_3(t), 0 \leq t \leq 1\}$$

Die Jacobimatrix ist

$$J_\Phi(t) = \frac{\partial(x,y,z)}{\partial t} = \begin{pmatrix} \Phi_1'(t) \\ \Phi_2'(t) \\ \Phi_3'(t) \end{pmatrix}$$

mit

$$|K_\Phi| = \sqrt{\sum_{i=1}^{3}(\Phi_i'(t))^2}$$

Deshalb ist

$$\int_C f(x,y,z)\,d(xyz) = \int_0^1 f(\Phi_1(t),\Phi_2(t),\Phi_3(t))\sqrt{\sum_{i=1}^{3}(\Phi_i'(t))^2}\,dt.$$

Speziell ist für $f \equiv 1$ die Bogenlänge *l*

$$l = \int_0^1 \sqrt{\sum_{i=1}^{3}(\Phi_i'(t))^2}\,dt.$$

Wenn eine der Veränderlichen als Parameter gewählt wird, z.B. $a \leq x \leq b$, erhält man

$$l = \int_a^b \sqrt{1+\sum_{i=2}^{3}(\Phi_i'(x))^2}\,dx.$$

Dieser Weg der Transformation wird bisher in der Lehre für Ingenieure nicht genutzt. Angesichts des Aufwandes für die Einführung von Kurven- und Oberflächenintegralen ist der vorgeschlagene Weg nützlich, um Zeit zu sparen.

SCHLUSSFOLGERUNGEN

Man kann zusammenfassend sagen:

- Die Mathematisierung aller Lebensbereiche ist ein objektiver Prozess, der mit der Technisierung verbunden ist.
- Eine Erweiterung der Mathematikausbildung für Ingenieurstudenten ist angebracht. Sie ist aber oft nicht durchsetzbar, denn diese Studenten sind zeitlich vergleichsweise stark beansprucht.
- Die Studenten erkennen den Wert mathematischen Wissens mit fortschreitendem Studium besser. Von Bewerbern auf hochwertige Ingenieurarbeitsplätze wird großes mathematisches Wissen gefordert. Deshalb würden bei entsprechendem Angebot viele Studenten weiterführende Veranstaltungen besuchen.
- Die Stoffauswahl muss sich an den Erfordernissen orientieren. Der umfassende Computereinsatz impliziert eine gewisse Veränderung der Praxisanforderungen an die Mathematikausbildung von Ingenieuren. Sehr viele Aufgaben der Ingenieure führen spätestens nach einer Diskretisierung auf lineare Gleichungssysteme und Eigenwertprobleme für Matrizen. Zunehmend werden die von Ingenieuren verwendeten Modelle der Tatsache Rechnung tragen, dass es in den Natur- und Ingenieurwissenschaften keine unendlichen Größen und keine stetigen Prozesse gibt. Die üblichen Berechnungsmodelle der Analysis sind gute Näherungen an die diskrete Natur ([11]).
- Vermutlich wird es zunehmend wichtiger, einerseits bessere strukturelle Einsichten zu vermitteln und andererseits die praktischen Fähigkeiten zur Berechnung verschiedener Grundaufgaben mit Hilfe des Computers zu verbessern. Zu diesen Grundaufgaben zählen unter anderem die Lösung von großen linearen Gleichungssystemen und von Differential- und Differenzengleichungssystemen sowie die Berechnung von Eigenwerten und Extremwerten.
- Das sind Indizien für die wachsende Bedeutung der linearen Algebra. Die lineare Algebra ist Grundlage vieler praxisrelevanter mathematischer Methoden. Beispiele sind Interpolation, ökonomische Modelle, globale Ortungssysteme und Kryptologie. Weitere Anwendungen sind Populationsentwicklungen, Computergrafik und dynamische Systeme.
- Die lineare Algebra ist gut verständlich und hat einen systematisierenden Charakter. Sie gestattet einheitliche Betrachtungen und Methoden für scheinbar sehr verschiedene mathematische Fragestellungen wie die allgemeine Lösung von linearen Gleichungssystemen, Differentialgleichungssystemen und Differenzengleichungen. Das Verständnis von schwierigen mathematischen Zusammenhängen wird erleichtert. Die Vertiefung der linearen Algebra hilft Zeit zu sparen, wie das Beispiel der Kurven- und Oberflächenintegrale aus dem vorigen Abschnitt zeigt.
- In der Ausbildung von Ingenieuren und Naturwissenschaftlern ist die zentrale Bedeutung der linearen Algebra oft nicht ausreichend berücksichtigt. Deshalb wird angeregt, die lineare Algebra in der Lehre höher zu gewichten. Darüber hinaus sollte sie auch in Studiengängen, die nur eine geringe mathematische Bildung erhalten, angeboten werden.

REFERENZEN

1. Berger, M. und Schwenk, A., Mathematische Grundfertigkeiten der Studienanfänger der Technischen Fachhochschule Berlin und der Bertha-von-Suttner-OG Berlin. *Global J. of Engng. Educ.*, 5, **3**, 251-258 (2001).
2. Pfeiffle und Nairz-Wirth, E., *Physikalische und Mathematische Kenntnisse von Naturwissenschaftlich Orientierten Studienanfängerinnen und Studienanfängern*. In: Ruprecht, R. (Hrsg.), Unique and Excellent. Ingenieurausbildung im 21. Jahrhundert. Alsbach: Leuchtturm, 176-181 (2000).
3. Huppert, B., *Angewandte Lineare Algebra*. Berlin: De Gruyter (1994).
4. Ingenieurausbildung im Umbruch. Empfehlungen des VDI für eine zukunftsorientierte Ingenieurqualifikation. Düsseldorf (1995).
5. Internationalisierung der Ingenieurausbildung – Die neue Herausforderung für Hochschulen in Deutschland. Empfehlungen von VDMA und ZVEI, Frankfurt am Main (1997).
6. Gronau, D., Elemente der Diskreten Mathematik in der Ingenieurausbildung. Vortrag auf dem Minisymposium *Mathematik für Ingenieure*, Rostock, Deutschland (2003).
7. Axler, S., *Linear Algebra Done Right*. New York: Springer-Verlag (2001).
8. Baule, B., *Die Mathematik des Naturforschers und Ingenieurs*. Leipzig: S. Hirzel Verlag (1950).
9. Rothe, R., *Höhere Mathematik*. Leipzig: Teubner-Verlagsgesellschaft (1956).
10. Courant, R., *Vorlesungen über Differential- und Integralrechnung Zweiter Band*. Berlin (1930).
11. Teschke, R., Beziehungen zwischen Mathematik und Physik in der Ingenieurausbildung. *Global J. of Engng. Educ.*, 6, **3**, 243-250 (2002).

BIOGRAPHIE

Dr Raimond Strauß ist wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachbereich Mathematik der Universität Rostock in Rostock, Deutschland. Er wurde 1953 in Eldena (Mecklenburg) geboren. Im Jahre 1979 schloss er ein Mathematikstudium an der Universität Rostock ab und promovierte in 1984 auf dem Gebiet der numerischen Analysis.

Seine Interessen in der Lehre gelten den Inhalten und Methoden von Mathematikvorlesungen und der Einbeziehung neuer Medien in die Ausbildung von Ingenieuren.

Er hat Arbeiten zur numerischen Quadratur von singulären Integralen veröffentlicht und ist Mitautor eines Schulbuches zum Thema Computergraphik.

Conference Proceedings of the
6th UICEE Annual Conference on Engineering Education
under the theme: *Educating for the Right Environment*

edited by Zenon J. Pudlowski

The *6th UICEE Annual Conference on Engineering Education*, under the theme of *Educating for the Right Environment*, was organised by the UNESCO International Centre for Engineering Education (UICEE) and was held in Cairns, Australia, between 10 and 14 February 2003. This 6th Annual Conference of the UICEE was an academic activity that, basically, commenced the 10th year of the UICEE s operations.

This volume of Proceedings includes papers submitted to the Conference and offers a strongly assorted collection of highly informative articles that describe various international approaches to engineering education research and development, as well as other specific activities.

The 71 published papers, representing 23 countries, provide an excellent summary of the fundamental issues, concepts and achievements of individual researchers, as well as the concerns of and challenges to engineering and technology education in different cultures. The papers have been organised into the following groups:

- Opening and Keynote addresses
- New trends and approaches to engineering education
- Innovation and alternatives in engineering education
- International examples of engineering education and training
- Multimedia and the Internet in engineering education
- Important issues and challenges in engineering education
- Quality issues and improvements in engineering education
- Case studies
- Specific engineering education programmes
- Course development in engineering education

The diversity of subjects, concepts, ideas and international backgrounds in this volume of Proceedings illustrate the increasingly multidimensional and international nature of UICEE-run Conferences, as well as its relevance in the global affairs related to engineering and technology education.

In order to ensure their high quality and the value of the Proceedings for the future, all papers have undergone assessment by independent international peer referees and have been professionally edited. As such, it is envisaged that this volume will provide excellent reference material and a source of information on academic achievements and current debate in engineering and technology education.