Global J. of Engng. Educ., Vol.8, No.3
Published in Australia

Visualisierung Mathematischer Sachverhalte mit den Mitteln eines Standard Office Pakets

Martin Gennis
Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg
Berliner Tor 5, D-20099 Hamburg, Deutschland

Berufstätige mit einer Hochschulausbildung müssen heutzutage in der Lage sein, die Ergebnisse ihrer analytischen und konstruktiven Arbeit unter Einsatz gängiger Präsentationsmedien überzeugend darzustellen. In der heutigen Geschäftswelt ist hierfür der Einsatz von Office-Paketen weit verbreitet. In der Statistik-Ausbildung ist der Einsatz der Tabellenkalkulations-Komponenten inzwischen üblich geworden. Es zeigt sich jedoch, dass diese eine Reihe intrinsischer Funktionalitäten anbieten, die sie zur Veranschaulichung mathematischer Zusammenhänge in der Numerik-Ausbildung und verwandten Gebieten ebenfalls geeignet erscheinen lassen. Anhand dreier der Mathematikausbildung für Informatik-Ingenieure und der Technologie-Ausbildung für Medienschaffende entnommener Beispiele werden diese Möglichkeiten diskutiert.

EINLEITUNG

In der heutigen Zeit werden von Berufsanfängern in aller Regel Fertigkeiten und Kenntnisse erwartet, die über die eigentlichen fachlichen Inhalte ihrer Ausbildung hinausgehen. Vor allem von primär technisch Ausgebildeten werden zusätzlich sogenannte Softskills verlangt. Gleichzeitig wünschen Arbeitgeber ein Mindestmaß an Sicherheit im Umgang mit Standard-Softwarepaketen. In Zeiten der Umstellung von Studiengängen auf Bachelor-Abschlüsse und der dabei angestrebten Verkürzung der Studiendauer bis zum ersten berufsqualifizierenden Abschluss, stellt sich damit für die Hochschulen eine Anforderung, die nicht durch Schaffung zusätzlicher Lehrveranstaltungen erfüllt werden kann. Es müssen also Möglichkeiten gefunden werden, zusätzlichen Inhalt gewinnbringend in die Fachveranstaltungen zu integrieren.

Office-Pakete stellen einen sehr weit verbreiteten Typ Standard-Software dar. Die Funktionalität dieser Pakete ist in den letzten Jahren so sehr weiter entwickelt worden, dass mit ihnen weit mehr als einfache Büroarbeiten erledigt werden können. Mit ihrer Präsentationskomponente können nicht nur animierte Foliensätze sondern auch teilweise aufwändige Grafiken erstellt werden. Die Tabellenkalkulations-Komponente stellt für unsere Betrachtung das interessanteste Element dar. Durch ein umfangreiches Angebot eingebauter mathematischer Funktionen ist ihr Einsatz in der Statistik-Ausbildung inzwischen üblich (siehe z.B. [1]). Bei genauerer Betrachtung zeigt sich, dass ihr Einsatz auch in der Numerik-Ausbildung und verwandten Fächern möglich ist. Dieser Text stellt 3 Beispiele vor und möchte dadurch zur Nachahmung anregen.

Im Markt der Office-Software ist die Firma Microsoft sicherlich führend, was zu einer weiten Verbreitung ihrer Produkte führt. Da das Ziel der Hochschulausbildung jedoch kein Produkt-Training sein kann und sich gerade die Tabellenkalkulations-Komponenten verschiedener Office-Pakete sehr wenig in ihrer Funktionalität und Bedienung unterscheiden, sollte die konkrete Wahl des Produkts eine nachgeordnete Rolle spielen. Dieser Text stützt sich auf das Open-Source-Produkt OpenOffice.org, weil es kostenfrei sowohl für MS-Windows als auch für Linux verfügbar ist [2].

BERNSTEIN-POLYNOME UND BEZIER-KURVE

Spline-Interpolationen, und insbesondere Bezier-Splines, nehmen in der Computergrafik und dem Computer Aided Design mittlerweile eine so wichtige Rolle ein, dass ein gewisses Verständnis ihres Verhaltens kaum von Schaden sein kann. Grundlage der Bezier-

Splines bilden die Bernstein-Polynome, die sich durch eine Polynomial-Entwicklung der 1 darstellen lassen [3].

$$1 = 1^n = (t + (1-t))^n = \sum_{v=0}^{n} \binom{n}{v} \cdot t^v \cdot (1-t)^{n-v} =: \sum B_{vn}(t)$$

$$t \in [0{,}1],\ n \in N$$

Die Summanden sind Bernstein-Polynome vom Grad *n*, die angegebene Summe allerdings hat auf dem gesamten Intervall den konstanten Funktionswert 1. Technisch interessant wird erst die Multiplikation der einzelnen Bernstein-Polynome mit veränderbaren Koeffizienten und Addition zur Bezier-Funktion:

$$B(t) := \sum_{v=0}^{n} b_v B_{vn}(t)$$

Abbildung 1 zeigt eine Umsetzung mit Hilfe der Tabellenkalkulation von OpenOffice.

Die Grafik entsteht durch Bezugnahme auf eine Wertetabelle in einem zweiten Tabellenblatt. Die in Abbildung 1 eingeblendeten Formeln wurden mit dem ebenfalls zum Funktionsumfang gehörenden Formeleditor erstellt, dessen Bedienung jedem LaTeX-Benutzer sofort zufällt. Die oben links unter der Überschrift befindlichen Faktoren können durch Überschreiben unmittelbar verändert werden, wodurch die von ihnen abhängige Wertetabelle neu berechnet und die sichtbare grafische Darstellung angepasst wird. Es entsteht also eine primitive Form der Interaktivität. Dadurch ist es dem Lehrenden und dem Lernenden möglich, verschiedene mögliche Kurvenformen zu studieren und zum Beispiel zu zeigen, dass auf diese Weise keine sich selbst schneidende Kurve erzeugt werden kann.

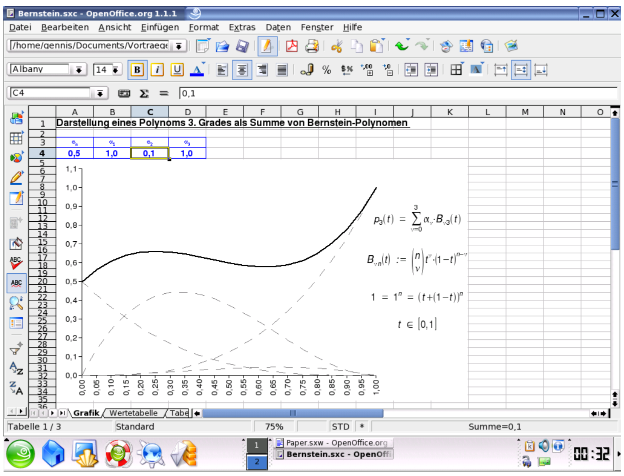

Abbildung 1: Eine kubische Bezier-Kurve mit veränderbaren Koeffizienten.

Dass dies in der vektorwertigen Darstellung möglich ist, zeigt dann das in Abbildung 2 dargestellte Tabellenblatt. Dort sind tatsächlich 2 Diagramme übereinander gelegt. Dieses Vorgehen ist möglich, da Diagramme in OpenOffice Teil einer Objekthierarchie sind. Es ist möglich, jedes Objekt dieser Hierarchie individuell zu skalieren und relativ zu seinem Vaterobjekt zu positionieren. Dadurch gelingt es, zwei Diagramme weitgehend exakt übereinander zu legen. Die vier Kontrollpunkte können wiederum in der Tabelle über der Grafik verändert werden, woraufhin das Polynomstück und das Kontroll-Polygon aktualisiert werden. Hier können Lernende also experimentierend zum Beispiel die Vorteile einer vektorwertigen Funktion erfahren und sich davon überzeugen, dass die Bezier-Kurve immer in der konvexen Hülle ihres Kontroll-Polygons verläuft.

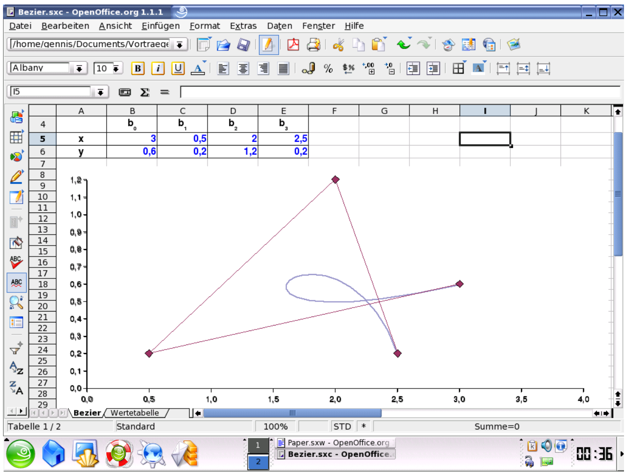

Abbildung 2: Eine Bezier-Kurve in parametrisierter Form mit veränderbarem Kontroll-Polygon.

APPROXIMATION

Die Approximation eines mehr oder weniger einfachen Polynoms an eine endliche Menge von Stützstellen ist ein häufig zu lösendes Problem bei der Messdatenerfassung und -auswertung. Bei n gegebenen Meßwertepaaren (x_i, f_i) besteht die Aufgabe in der Lösung des Systems der Normalgleichungen, hier angegeben für den Fall eines quadratischen Polynoms.

$$\begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^{n} x_i & \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \\ \sum_{i=1}^{n} x_i & \sum_{i=1}^{n} x_i^2 & \sum_{i=1}^{n} x_i^3 \\ \sum_{i=1}^{n} x_i^2 & \sum_{i=1}^{n} x_i^3 & \sum_{i=1}^{n} x_i^4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} f_i \\ \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot f_i \\ \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \cdot f_i \end{bmatrix}$$

Die Tabellenkalkulation von OpenOffice stellt eine Reihe von Matrix-Funktionen zur Verfügung, die zur Lösung herangezogen werden können. Das in Abbildung 3 dargestellte Beispiel benutzt die Funktionen MINV() zur Berechnung einer inversen Matrix und MMULT() zum Ausführen der Matrizenmultiplikation, um die gesuchten Koeffizienten des Approximationspolynoms zu bestimmen. Bei Veränderung der Stützstellen erfolgt auch hier die Neuberechnung einer Wertetabelle mit anschließender Aktualisierung der Grafik. Hier kann der Lernende beispielsweise durch gezieltes Verändern einzelner Stützwerte den Einfluss auf die Position des Maximums des Approximationspolynoms und die Summe der Fehlerquadrate studieren und zugleich beobachten, dass die Stützstellen im Allgemeinen nicht getroffen werden.

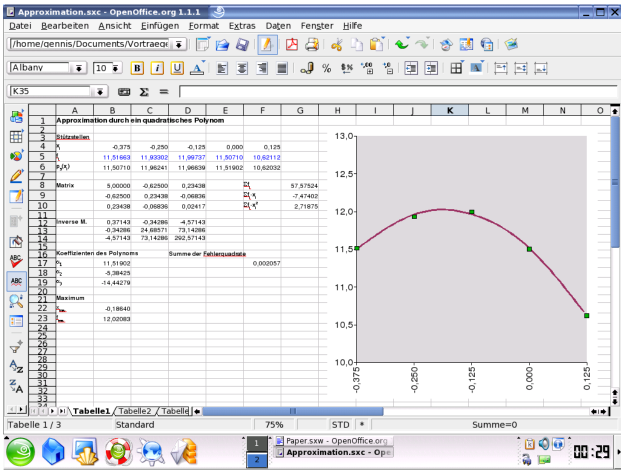

Abbildung 3: Die Approximation von 5 Werten durch ein quadratisches Polynom.

DIGITALE COSINUS-TRANSFORMATION

Die Digitale Cosinus-Transformation ist ein zentraler Schritt auf dem Weg zur Datenkompression innerhalb weit verbreiteter Formate wie JPEG (siehe z.B. [4]). Ein qualitatives Verständnis dieses Verfahrens ist daher nicht nur für Ingenieure im engeren Sinne, sondern auch für viele in Medienunternehmen Beschäftigte nützlich und wichtig, insbesondere, wenn sie dank einer akademischen Ausbildung in verantwortungsvolle Positionen gelangen. Das hier beschriebene Beispiel wurde daher auch für die Ausbildung angehender Mediendokumentare und Medienbetriebswirte entwickelt.

Bilddaten werden (z.B. in JPEG) zunächst in 8x8 Pixel große Blöcke unterteilt, bevor die DCT ausgeführt wird. Daher wird auch die Visualisierung auf 64 Punkte beschränkt, wie in Abbildung 4 zu erkennen ist.

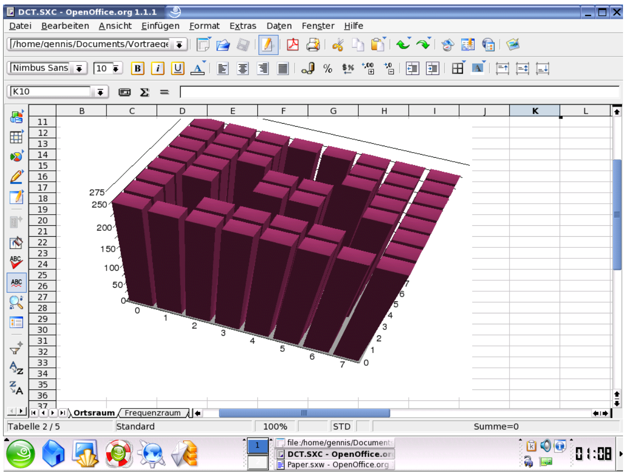

Abbildung 4: Eine fiktive Helligkeitswert-Verteilung auf einem 8x8-Pixel-Feld.

In einer in der Darstellung nicht sichtbaren Wertetabelle können fiktive Helligkeitswerte für die gedachten Bildpunkte eingetragen werden und als Säulendiagramm betrachtet werden. Durch diese Pseudo-3D-Darstellung soll das Prinzip der Synthese aus Basis-Wellen anschaulicher werden.

Die Tabellenstruktur, die diesem Beispiel zugrunde liegt, ist umfangreicher und komplexer, als bei den beiden vorangegangenen Beispielen und führt zur Darstellung der berechneten Koeffizienten in einem zweiten Säulendiagramm, wie es in Abbildung 5 zu sehen ist.

Durch die Möglichkeit der Veränderung der fiktiven Pixel-Werte kann zum Beispiel die Bedeutung verschiedener Frequenzen für unterschiedlich beschaffene Bildmaterialien studiert und so ein Verständnis für die Möglichkeiten und Grenzen vieler verlustbehafteter Kompressionsverfahren gewonnen werden.

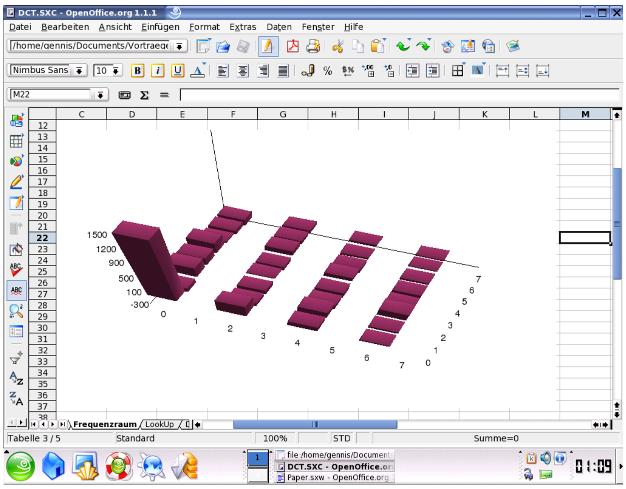

Abbildung 5: Die aus der Abbildung 4 berechneten DCT-Koeffizienten.

SCHLUSSFOLGERUNGEN

Durch Office Pakete kann der Einsatz von dedizierten Mathematik-Paketen mit Sicherheit nicht ersetzt werden. In einigen Gebieten der Angewandten Mathematik und der Technik-Ausbildung kann die Tabellenkalkulations-Komponente jedoch sinnvoll zur nachvollziehbaren Visualisierung abstrakter und komplexer Sachverhalte herangezogen werden. Werden den Studierenden darüber hinaus Aufgaben gestellt, die mit einer Tabellenkalkulation zu lösen sind, kann ein Training im Selbststudium erreicht werden. Hier ist das Angebot einer Kurzeinweisung in Erwägung zu ziehen.

REFERENZEN

1. Mosler, K. und Schmid, F., *Beschreibende Statistik und Wirtschaftsstatistik*. Berlin: Springer (2004).
2. Bezugsquelle, www.openoffice.org
3. Hoschek, J. und Lasser, D., *Grundlagen der geometrischen Datenverarbeitung*. Stuttgart: B.G. Teubner (1989).
4. Henning, P.A., *Taschenbuch Multimedia*. Leipzig: Fachbuchverlag (2003).

BIOGRAPHIE

Martin Gennis studierte Physik an der Universität Hamburg und promovierte dort im Jahre 1991. Von 1987 bis 1992 war er Wissenschaftlicher Mitarbeiter an der Universität Hamburg und am Deutschen Elektronen-Synchrotron. Nach Tätigkeiten in der Privatwirtschaft wurde er 1998 als Professor für Informationstechnologie und Informationsmanagement an die Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg berufen. Er lehrt dort zur Zeit in den Studiengängen Bibliotheks- und Informationsmanagement, Medien und Information und Technische Informatik.